

# OBSAH

PŘEDMLUVA . . . . .	9
<b>I ● DOPLŇKY K INTEGRÁLNÍMU POČTU, ŘADY A INTEGRÁLY . . . . .</b>	<b>11</b>
1. Doplnky k teorii řad . . . . .	11
1.1. Konvergentní zobecněné řady . . . . .	11
1.2. Neabsolutně konvergentní řady . . . . .	21
2. Doplnky k teorii integrálu . . . . .	24
2.1. Lebesgueův integrál . . . . .	24
2.2. Nevlastní (neabsolutně konvergentní) Lebesgueovy integrály . . . . .	41
3. Funkce definované řadami a integrály . . . . .	45
3.1. Funkce definované řadami . . . . .	45
3.2. Funkce definované integrály . . . . .	56
Cvičení ke kapitole I . . . . .	65
<b>II ● ELEMENTÁRNÍ TEORIE DISTRIBUCÍ . . . . .</b>	<b>71</b>
1. Definice distribucí. . . . .	71
1.1. Vektorový prostor $\mathcal{D}$ . . . . .	71
1.2. Distribuce . . . . .	74
1.3. Nosič distribuce. . . . .	80
2. Derivování distribucí . . . . .	81
2.1. Definice . . . . .	81
2.2. Příklady derivací v jednorozměrném případě, $n = 1$ . . . . .	83
2.3. Příklady derivací v případě více proměnných, $n$ libovolné . . . . .	87
3. Násobení distribucí . . . . .	93
4. Topologie v prostoru distribucí. Konvergence distribucí. Řady distribucí . . . . .	97
5. Distribuce s omezeným nosičem . . . . .	101
Cvičení ke kapitole II . . . . .	103
<b>III ● KONVOLUCE . . . . .</b>	<b>111</b>
1. Tenzorový součin distribucí . . . . .	111
1.1. Tenzorový součin dvou distribucí . . . . .	111
1.2. Tenzorový součin několika distribucí . . . . .	113
2. Konvoluce . . . . .	114
2.1. Konvoluce dvou distribucí . . . . .	114
2.2. Definice konvoluce několika distribucí. Asociativita konvoluce . . . . .	124

2.3. Rovnice s konvolucí . . . . .	126
3. Konvoluce ve fyzice . . . . .	137
Cvičení ke kapitole III. . . . .	144
<b>IV ● FOURIEROVY ŘADY . . . . .</b>	<b>147</b>
1. Fourierova řada periodické funkce a periodické distribuce . . . . .	147
1.1. Rozvoj periodické funkce ve Fourierovu řadu . . . . .	147
1.2. Rozvoj periodické distribuce ve Fourierovu řadu . . . . .	152
2. Konvergence Fourierových řad ve smyslu teorie distribucí a ve smyslu teorie funkcí . . . . .	156
2.1. Konvergence Fourierovy řady distribuce . . . . .	156
2.2. Konvergence Fourierovy řady funkce . . . . .	157
3. Hilbertovské báze v Hilbertově prostoru. Konvergence Fourierovy řady v kvadratickém průměru . . . . .	161
3.1. Definice Hilbertova prostoru . . . . .	161
3.2. Hilbertovská báze . . . . .	162
3.3. Prostor $L^2(T)$ . . . . .	163
4. Konvolutorní algebra $\mathcal{S}'(T)$ . . . . .	167
Cvičení ke kapitole IV . . . . .	173
<b>V ● FOURIEROVA TRANSFORMACE . . . . .</b>	<b>180</b>
1. Fourierova transformace funkcí jedné proměnné . . . . .	180
1.1. Úvod . . . . .	180
1.2. Fourierova transformace. Definice . . . . .	181
1.3. Základní vzorce a odhady . . . . .	182
1.4. Prostor $\mathcal{S}$ nekonečněkrát diferencovatelných funkcí, jejichž všechny derivace rychle klesají. . . . .	185
1.5. Příklady . . . . .	186
2. Fourierova transformace distribucí jedné proměnné . . . . .	189
2.1. Definice . . . . .	189
2.2. Temperované distribuce. Prostor $\mathcal{S}'$ . . . . .	190
2.3. Fourierova transformace temperovaných distribucí . . . . .	191
2.4. Parsevalův-Plancherelův vzorec. Fourierova transformace v $L^2$ . . . . .	197
2.5. Poissonův sumační vzorec . . . . .	198
2.6. Fourierova transformace, násobení a konvoluce . . . . .	199
2.7. Modifikace definice Fourierovy transformace . . . . .	202
3. Fourierova transformace funkcí více proměnných . . . . .	203
4. Fyzikální aplikace Fourierova integrálu: řešení rovnice pro vedení tepla . . . . .	208
Cvičení ke kapitole V . . . . .	212
<b>VI ● LAPLACEOVA TRANSFORMACE . . . . .</b>	<b>217</b>
1. Laplaceova transformace funkcí . . . . .	217
2. Laplaceova transformace distribucí . . . . .	219
2.1. Definice . . . . .	219
2.2. Příklady Laplaceových obrazů . . . . .	220
2.3. Laplaceova transformace a konvoluce . . . . .	225
2.4. Fourierova a Laplaceova transformace. Inverze Laplaceovy transformace . . . . .	226

3.	Použití Laplaceovy transformace. Symbolický počet . . . . .	232
	Cvičení ke kapitole VI . . . . .	238
<b>VII</b>	<b>● VLNOVÁ ROVNICE A ROVNICE PRO VEDENÍ TEPLA . . . . .</b>	<b>243</b>
1.	Rovnice kmitů struny . . . . .	243
1.1.	Fyzikální úlohy vedoucí k rovnici kmitů struny . . . . .	243
1.2.	Řešení rovnice kmitů struny metodou postupných vln; Cauchyovy úlohy . . . . .	252
1.3.	Řešení Cauchyovy úlohy metodou Fourierových řad . . . . .	271
2.	Rovnice kmitů membrány a vlnová rovnice v trojrozměrném prostoru . . . . .	280
2.1.	Řešení rovnice kmitů membrány a vlnové rovnice v trojrozměrném prostoru metodou postupných vln. Cauchyovy úlohy . . . . .	280
2.2.	Řešení Cauchyovy úlohy pro rovnici kmitů membrány Fourierovou metodou . . . . .	292
2.3.	Speciální případy: obdélníková membrána a kruhová membrána . . . . .	294
2.4.	Vlnová rovnice v $R^n$ . . . . .	298
3.	Rovnice pro vedení tepla . . . . .	298
3.1.	Řešení metodou postupných vln; Cauchyova úloha . . . . .	298
3.2.	Řešení Cauchyovy úlohy Fourierovou metodou . . . . .	301
	Cvičení ke kapitole VII . . . . .	303
<b>VIII</b>	<b>● EULEROVY FUNKCE . . . . .</b>	<b>309</b>
1.	Funkce $\Gamma(z)$ . . . . .	309
2.	Funkce $B(p, q)$ . . . . .	311
3.	Doplňkový vzorec . . . . .	313
4.	Zobecnění funkce $B$ . . . . .	315
5.	Graf funkce $y = \Gamma(x)$ , $x$ reálné . . . . .	317
6.	Stirlingův vzorec . . . . .	318
7.	Použití na rozvoj funkce $\frac{1}{\Gamma}$ v nekonečný součin . . . . .	320
8.	Funkce $\Psi(z) = \frac{\Gamma'(z)}{\Gamma(z)}$ . . . . .	325
9.	Použití . . . . .	327
	Cvičení ke kapitole VIII . . . . .	329
<b>IX</b>	<b>● BESSELOVY FUNKCE . . . . .</b>	<b>333</b>
1.	Definice a elementární vlastnosti . . . . .	333
1.1.	Definice Besselových funkcí; Neumannovy a Hankelovy funkce . . . . .	333
1.2.	Integrovní vyjádření Besselových funkcí . . . . .	340
1.3.	Rekurentní vzorce . . . . .	342
1.4.	Další vlastnosti Besselových funkcí . . . . .	345
2.	Přehled vzorců . . . . .	349
	Cvičení ke kapitole IX . . . . .	352
	Rejstřík . . . . .	355