

Obsah prvního svazku

1 Úvod

- 1.1 Přehled pojmů a struktur
 - 1.1.1 Množiny, čísla a relace
 - 1.1.2 Funkce
 - 1.1.3 Pravděpodobnost
 - 1.1.4 Grafy
- 1.2 Algebra
 - 1.2.1 Dělitelnost, prvočíselnost a základní kombinatorické vztahy
 - 1.2.2 Grupy
 - 1.2.3 Okruhy a tělesa; polynomy
 - 1.2.4 Lineární algebra
- 1.3 Boolovské funkce
 - 1.3.1 Syntax a sémantika výrokového počtu

2 Churchova teze

- 2.1 Turingovy stroje
 - 2.1.1 Definice Turingova stroje a intuitivní pojetí jeho výpočtu
 - 2.1.2 Konfigurace a formální definice výpočtu
 - 2.1.3 Univerzální Turingův stroj
 - 2.1.4 Přirozená čísla, grafy, formule a další konečné objekty
 - 2.1.5 Modifikace Turingových strojů, více páskové Turingovy stroje
 - 2.1.6 Časová a prostorová složitost výpočtu
 - 2.1.7 Dodatek — Alan M. Turing: *O vyčíslitelných číslech*
- 2.2 Částečně rekursivní funkce
 - 2.2.1 Primitivně rekursivní funkce, částečně rekursivní funkce, obecně rekursivní funkce
 - 2.2.2 Rekursivní funkce, jež není primitivně rekursivní
 - 2.2.3 Tempo růstu primitivně rekursivních funkcí
- 2.3 Věty o simulacích
 - 2.3.1 Věta o normální formě pro částečně rekursivní funkce; standardní enumerace částečně rekursivních funkcí

3 Algoritmická neřešitelnost a nerozhodnutelnost

- 3.1 Rekursivita, rekursivní spočetnost a Postova věta
 - 3.1.1 Částečně rekursivní funkce a rekursivně spočetné množiny; rekursivní funkce a rekursivní množiny
 - 3.1.2 Enumerovatelnost
- 3.2 Problém zastavení
- 3.3 Věta o rekursi
 - 3.3.1 Riceova věta

- 3.4 Převoditelnost, úplnost a stupně
 - 3.4.1 m -převoditelnost
 - 3.4.2 1-převoditelnost
 - 3.4.3 Myhillova věta
 - 3.4.4 Cylindrifikace
 - 3.4.5 m -stupně a 1-stupně
- 3.5 Programy a aritmetika
 - 3.5.1 Robinsonova aritmetika, Peanova aritmetika a fragmenty aritmetiky
 - 3.5.2 Reprezentovatelnost rekursivních množin a funkcí v aritmetice
 - 3.5.3 První Gödelova věta
 - 3.5.4 Slabá reprezentovatelnost
 - 3.5.5 Druhá Gödelova věta
 - 3.5.6 Neoddělitelnost množin
 - 3.5.7 Každé dva páry efektivně neoddělitelných rekursivně spočetných množin jsou rekursivně isomorfní
 - 3.5.8 Berryho paradox
 - 3.5.9 Interpretovatelnost
- 3.6 Turingovská převoditelnost
- 3.7 Aritmetická hierarchie
 - 3.7.1 Aritmetická klasifikace konkrétních množin
- 3.8 Postův problém
 - 3.8.1 Slabý Postův problém
 - 3.8.2 Konstrukce prosté množiny pomocí kolmogorovské složitosti
 - 3.8.3 Produktivita a kreativita: definice
 - 3.8.4 Efektivně prosté množiny
 - 3.8.5 Silný Postův problém
- 3.9 Kreativita
- 3.10 Dodatek — Alan M. Turing: *O vyčíslitelných číslech* (podruhé)

Obsah druhého svazku

4 Výpočty s omezenými zdroji

- 4.1 Algebraické algoritmy
 - 4.1.1 Výpočetní čas aritmetických operací
 - 4.1.2 Eukleidův algoritmus
 - 4.1.3 RSA
- 4.2 Algoritmy počítající s racionálními čísly
 - 4.2.1 Velikost zápisu racionálních čísel, vektorů a matic
 - 4.2.2 Gaussova eliminace
- 4.3 Prvočíselnost
 - 4.3.1 Krok [3]: nalezení vhodného r
 - 4.3.2 Krok [7]: test $(x + a)^n \not\equiv_{(\mathbb{Z}_n[x])_{x^{r-1}}} x^n + a$
 - 4.3.3 Snadná implikace věty o korektnosti AKS algoritmu
 - 4.3.4 Obtížná implikace věty o korektnosti AKS algoritmu
 - 4.3.5 Dodatek: důkaz existence polynomu $h(x)$
- 4.4 Omezená paměť
- 4.5 Diagonalizace, konstruovatelnost funkcí a věty o hierarchii
- 4.6 Převoditelnost, **PSPACE**-úplnost a **P**-úplnost
 - 4.6.1 **P**-úplnost
 - 4.6.2 Paralelizovatelnost
 - 4.6.3 Výpočty Turingových strojů jako formule
 - 4.6.4 **PSPACE**-úplnost
 - 4.6.5 Skladník
 - 4.6.6 **PSPACE** a důkazy

5 Nedeterminismus

- 5.1 **NP**
 - 5.1.1 Prattova věta
 - 5.1.2 Ještě několik příkladů množin v **NP**
- 5.2 Nedeterministický Turingův stroj
 - 5.2.1 Definice a vlastnosti
 - 5.2.2 Programování nedeterministických Turingových strojů
 - 5.2.3 Normalizace nedeterministických Turingových strojů
 - 5.2.4 Nedeterministické stroje s oraculem
- 5.3 **NP**-úplnost
- 5.4 **co-NP** a důkazové systémy
 - 5.4.1 Důkazy a **NP**
- 5.5 Polynomiální hierarchie
 - 5.5.1 Třídy δ_k^P , S_k^P , Δ_k^P
- 5.6 Postův problém v **NP**
 - 5.6.1 Polynomiální turingovská redukce
 - 5.6.2 Vztahy mezi redukcemi, stupně

- 5.6.3 Rekursivní indexace složitostních tříd
- 5.6.4 Uniformní diagonalizace
- 5.6.5 Konstrukce rekursivních indexací a aplikace uniformní diagonalizace
- 5.6.6 Nesrovnatelné stupně; věty o hustotě
- 5.7 Isomorfismus NP -úplných množin: Bermanova-Hartmanisova hypotéza
 - 5.7.1 Polynomiální isomorfismus
 - 5.7.2 Mahaneyova věta
- 5.8 Obvody
- 5.9 Počty nedeterministických výpočtů
 - 5.9.1 Hlasování
 - 5.9.2 Sémantické třídy
 - 5.9.3 Pravděpodobnostní algoritmy
 - 5.9.4 Relativizace a definice přes svědky
 - 5.9.5 BPP je „nízko“ v aritmetické hierarchii
 - 5.9.6 Pravděpodobnostní redukce
 - 5.9.7 Obecné pojetí počtu nedeterministických výpočtů
 - 5.9.8 Věty o kolapsu
- 5.10 Permanent
 - 5.10.1 **PERMANENT** a $\#P$: Valiantova věta
 - 5.10.2 **PERMANENT** a polynomiální hierarchie: Todova věta
- 5.11 ZOO složitostních tříd
- 5.12 Pravděpodobnostní svědci příslušnosti do množin NP
 - 5.12.1 Velké Fourierovy koeficienty
 - 5.12.2 Konstrukce PCP -důkazu
 - 5.12.3 Krok 1: test na linearitu
 - 5.12.4 Čtení hodnot lineárních funkcí
 - 5.12.5 Krok 2: test na tenzorový součin
 - 5.12.6 Krok 3: splňuje u systém kvadratických rovnic?
 - 5.12.7 Jak přesvědčit oponenta, že věta platí, a přitom mu neukázat důkaz
- 5.13 P versus NP
 - 5.13.1 Nerelativizovatelnost důkazu $P \neq NP$
 - 5.13.2 Nezávislost $P \neq NP$ na PA
 - 5.13.3 Prostorová analogie otázky $P \stackrel{?}{=} NP$
 - 5.13.4 Prostorová analogie otázky $NP \stackrel{?}{=} co-NP$
 - 5.13.5 Na závěr

Obsah třetího svazku

Předmluva ke třetímu svazku	13
6 Matijasevičova věta	15
6.1 Pelliána	30
6.2 Funkce $\mathcal{A}(z; n)$ a $\mathcal{B}(z; n)$	36
6.3 Diofantická reprezentace $\mathcal{B}(z; n)$, exponenciály a omezené obecné kvantifikace	43
6.4 Třída diofantických funkcí je uzavřená na primitivní rekursi a minimalizaci	55
6.5 Barzdíňovo lemma	59
6.6 Několik nerozhodnutelných problémů	62
6.6.1 Goniometrické rovnice	62
6.6.2 Diferenciální rovnice	71
7 Řešitelnost rovnic a nerovnic	73
7.1 Tarského-Mučnikův algoritmus	77
7.2 Racionální řešení	98
7.3 Lineární diofantické rovnice	101
7.4 Rovnice $ax^2 + by = c$ a Mandersova-Adlemanova věta	111
7.5 Lineární programování	125
7.5.1 Elipsoidy a E -norma	128
7.5.2 Elipsoidové řezy	131
7.5.3 Geometrie polyedrů	137
7.5.4 Velikost zápisu řešení soustav lineárních rovnic	143
7.5.5 Nafukovací lemma	146
7.5.6 Elipsoidový algoritmus	147
7.5.7 Zaokrouhlování	151
7.5.8 Chačijanův algoritmus	160
7.5.9 Komentář k lineárnímu programování	170
7.5.10 Lineární programování je P -úplné	203
7.6 Celočíselné programování	209
7.6.1 Celočíselné programování je NP -úplné	209
7.6.2 Další výsledky o řešitelnosti rovnic; problém batohu	212
7.6.3 Celočíselné programování v pevné dimenzi	217
7.6.4 Komentář k celočíselnému programování	244
8 Epilog	253
Bibliografická poznámka	255
Přehled symboliky	257
Literatura	271
Rejstřík	277