

---

# Obsah

Předmluva

13

## 1. ZÁKLADNÍ REOLOGICKÉ VZTAHY

1-1. Úvod . . . . .	15
1-1.1. Obsah a úkoly reologie . . . . .	15
1-1.2. Rozdělení reologie . . . . .	16
1-1.3. Veličiny v reologii . . . . .	18
1-2. Základní látky, jejich reologické modely a diagramy . . . . .	18
1-2.1. Základní druhy reologických diagramů . . . . .	18
1-2.2. Základní reologické látky . . . . .	19
1-3. Nadpružné hmoty . . . . .	22
1-3.1. Jednoduchá nadpružná hmota . . . . .	22
1-3.2. Složené nadpružné hmoty . . . . .	23
1-4. Pružnoplastické (pružnotvárné) hmoty . . . . .	25
1-4.1. Všeobecné znaky . . . . .	25
1-4.2. Pružnoplastická hmota bez zpevnění . . . . .	26
1-4.3. Tuhoplastická hmota s přímkovým zpevněním . . . . .	27
1-4.4. Jednoduchá pružnoplastická (pružnotvárná) hmota s přímkovým zpevněním . . . . .	29
1-4.5. Složené pružnoplastické hmoty se zpevněním . . . . .	31
1-4.6. Pružnoplastické hmoty s různými mechanickými vlastnostmi v tahu a v tlaku . . . . .	34
1-4.7. Pružnoplastické hmoty se zpevněním a se stupněm přetvárnosti . . . . .	36
1-4.8. Nadpružnotvárné (nadpružnoplastické) hmoty . . . . .	37
1-5. Jednodušší vazkopružné a pružnovláčné látky . . . . .	38
1-5.1. Všeobecné znaky . . . . .	38
1-5.2. Kelvinova (Voigtova) pružnovazková hmota . . . . .	38
1-5.3. Maxwellova vazkopružná kapalina . . . . .	42
1-5.4. Poyntingova-Thompsonova hmota . . . . .	45
1-5.5. Zenerova hmota . . . . .	46
1-5.6. Binghamova pružnovláčná látka . . . . .	48
1-5.7. Autorova pružnovláčná hmota . . . . .	50
1-6. Složené vazkopružné hmoty s mnoha Kelvinovými a Maxwellovými skupinami . . . . .	52
1-6.1. Diferenciální vztahy pro reologické modely vazkopružných látek s mnoha Kelvinovými skupinami . . . . .	52
1-6.2. Vztah mezi reologickými modely s Kelvinovými skupinami a obyčejnými diferenciálními rovnicemi se stálými součiniteli . . . . .	57

1-6.3.	Integrální vztahy mezi napětím a přetvořením pro reologické modely s mnoha Kelvinovými skupinami . . . . .	62
1-6.4.	Diferenciální vztahy pro reologické modely vazkopružných látek s mnoha Maxwellovými skupinami. . . . .	65
1-6.5.	Integrální vztahy mezi napětím a přetvořením pro reologické modely s mnoha Maxwellovými skupinami. . . . .	69
1-7.	Složené vazkopružné látky s rozvíjenými reologickými modely. . . . .	70
1-7.1.	Znaky rozvíjených reologických modelů . . . . .	70
1-7.2.	Přetvárné vztahy pro rozvíjený reologický model s pěti prvky . . . . .	71
1-7.3.	Rozvíjený reologický model se sedmi prvky . . . . .	72
1-8.	Další přetvárné vztahy složených vazkopružných látek . . . . .	75
1-8.1.	Obecný diferenciální přetvárný vztah . . . . .	75
1-8.2.	Funkce dopružování a ochabování a Boltzmannův superpoziční princip . . . . .	76
1-8.3.	Reologické charakteristiky vazkopružných látek při periodicky proměnlivém namáhání . . . . .	78
1-8.4.	Příklady reologického chování při periodickém namáhání . . . . .	83
1-8.5.	Retardační a relaxační spektra . . . . .	88
1-9.	Vazkopružnoplastické látky. . . . .	90
1-9.1.	Obecné znaky . . . . .	90
1-9.2.	Složená pružnovazkoplastická hmota. . . . .	91
1-10.	Parametricky nelineární a transcendentní reologie . . . . .	93
1-10.1.	Definice základních pojmů . . . . .	93
1-10.2.	Parametricky nelineární Kelvinova hmota . . . . .	94
1-10.3.	Nelineární Binghamova pružnovláčná látka a Maxwellova vazkopružná kapalina. . . . .	96
1-10.4.	Parametricky nelineární autorova hmota. . . . .	101
1-10.5.	Parametricky nelineární hmota představovaná pružným prvkem a mnoha Kelvinovými skupinami spojenými v řadě za sebou . . . . .	105
1-10.6.	Transcendentní hmota představovaná pružným prvkem a mnoha Maxwellovými skupinami spojenými souběžně vedle sebe . . . . .	106
1-11.	Různé přibližné a poloempirické teorie v reologii . . . . .	107
1-11.1.	Přehled přibližných teorií . . . . .	107
1-11.2.	Teorie tečení . . . . .	107
1-11.3.	Teorie stárnutí . . . . .	108
1-11.4.	Teorie zpevnění . . . . .	110
1-11.5.	Teorie dopružování . . . . .	111
1-12.	Funkcionální a integrální obecně nelineární reologické vztahy . . . . .	113
1-12.1.	Funkcionální závislost mezi napětím a přetvořením . . . . .	113
1-12.2.	Látky dědičného typu . . . . .	115
1-12.3.	Autorovy integrální řady s iterovanými jádry pro nelineární reologické vztahy mezi napětím a přetvořením . . . . .	116
1-13.	Teorie ekvivalentního napětí a přetvoření. Syntéza reologických vztahů . . . . .	119
1-13.1.	Definice a význam ekvivalentního napětí a přetvoření . . . . .	119
1-13.2.	Lineární a nelineární vztahy mezi ekvivalentním napětím a přetvořením . . . . .	120
<b>2. ROVINNÁ NAPJATOST A PŘETVOŘENÍ</b>		
2-1.	Základní vztahy pro rovinnou napjatost . . . . .	121
2-1.1.	Rovinná napjatost pružných hmot . . . . .	121
2-1.2.	Rovinná napjatost vazkých kapalin . . . . .	123

2-1.3. Rovinná napjatost Kelvinovy hmoty . . . . .	125
2-1.4. Rovinná napjatost hmoty s reologickým modelem složeným z pružného prvku a z mnoha Kelvinových skupin . . . . .	128
2-1.5. Rovinná napjatost Maxwellovy vazkopružné kapaliny . . . . .	131
2-1.6. Rovinná napjatost vazkopružné hmoty s reologickým modelem složeným z Hookova prvku a z mnoha Maxwellových skupin . . . . .	139
2-2. Vztahy pro rovinný stav přetvoření . . . . .	141
2-2.1. Rovinný stav přetvoření pružných hmot . . . . .	141
2-2.2. Vztahy pro Newtonovu vazkou kapalinu . . . . .	143
2-2.3. Rovinný stav rychlosti přetváření Maxwellovy vazkopružné kapaliny . . . . .	144
2-2.4. Rovinný stav přetvoření Kelvinovy pružnovazké hmoty . . . . .	148
2-2.5. Rovinný stav přetvoření hmoty s reologickým modelem tvořeným pružným prvkem a mnoha Maxwellovými skupinami . . . . .	151
2-2.6. Ortotropní hmoty s reologickým modelem tvořeným pružným prvkem a mnoha Kelvinovými skupinami spojenými v řadě za sebou . . . . .	152
<b>3. DVOJROZMĚRNÉ REOLOGICKÉ MODELY</b>	
3-1. Hlavní znaky dvojrozměrných reologických modelů . . . . .	154
3-2. Dvojrozměrné vazkopružné reologické modely . . . . .	155
3-2.1. Jednoduchý dvojrozměrný ortogonální reologický model pro ortotropní vazkopružné hmoty . . . . .	155
3-2.2. Různé smykové účinky v jednoduchém dvojrozměrném vazkopružném modelu . . . . .	161
3-2.3. Složené ortogonální dvojrozměrné reologické modely vazkopružných látek . . . . .	165
3-3. Dvojrozměrné reologické modely pružnoplastických hmot . . . . .	167
3-3.1. Dvojrozměrný model pružnoplastické hmoty bez zpevnění . . . . .	167
3-3.2. Dvojrozměrný model pružnoplastické hmoty s jednoduchým přímkovým zpevněním . . . . .	172
3-3.3. Dvojrozměrný reologický model ortotropní pružnoplastické hmoty se složeným zpevněním . . . . .	177
3-4. Dvojrozměrný reologický model pro pružnovazkoplastické látky . . . . .	179
<b>4. TROJROZMĚRNÝ STAV NAPĚTÍ A PŘETVOŘENÍ LINEÁRNÍCH REOLOGICKÝCH LÁTEK</b>	
4-1. Jednoduché látky . . . . .	183
4-1.1. Trojrozměrný stav Hookovy pružné hmoty . . . . .	183
4-1.2. Trojrozměrný stav Newtonovy vazké kapaliny . . . . .	186
4-2. Prostorová napjatost vazkopružných látek . . . . .	187
4-2.1. Kelvinova pružnovazká hmota . . . . .	187
4-2.2. Maxwellova vazkopružná kapalina . . . . .	188
4-2.3. Poyntingova-Thompsonova vazkopružná látka . . . . .	189
4-2.4. Složené vazkopružné látky . . . . .	189
4-2.5. Integrované tenzorové rovnice složených lineárních anizotropních vazkopružných látek . . . . .	190
<b>5. TROJROZMĚRNÉ REOLOGICKÉ MODELY</b>	
5-1. Trojrozměrné reologické modely vazkopružných látek . . . . .	195
5-1.1. Normálně namáhání jednoduchého modelu . . . . .	195
5-1.2. Souměrný smyk jednoduchého trojrozměrného reologického modelu vazkopružné látky . . . . .	204

5-1.3. Nesouměrný smyk jednoduchého trojrozměrného reologického modelu vazkopružné látky . . . . .	205
5-1.4. Složené trojrozměrné modely vazkopružných látek . . . . .	209
5-2. Trojrozměrné reologické modely pružnoplastických látek . . . . .	210
5-2.1. Pružnoplastické látky bez zpevnění . . . . .	210
5-2.2. Trojrozměrný reologický model pružnoplastické hmoty s přímkovým zpevněním . . . . .	217
5-3. Trojrozměrný reologický model ortotropní vazkopružnoplastické látky . . . . .	222

## 6. NELINEÁRNÍ REOLOGIE

6-1. Základy tenzorové nelineární reologie . . . . .	223
6-1.1. Nelineární vztah mezi tenzory ekvivalentního napětí a přetvoření . . . . .	223
6-1.2. Inverzní vztah mezi složkami ekvivalentních přetvoření . . . . .	227
6-1.3. Vztah mezi ekvivalentním napětím a přetvořením anizotropních látek . . . . .	228
6-1.4. Tenzorově nelineární reologické vztahy prvního řádu . . . . .	230
6-1.5. Poznámky k fyzikálnímu významu základních vztahů tenzorové nelineární reologie . . . . .	232
6-1.6. Reologické vztahy s ekvivalentním potenciálem . . . . .	233
6-1.7. Ekvivalentní potenciál ve tvaru mocninové řady . . . . .	234
6-2. Lineární spojování nelineárních reologických prvků . . . . .	235
6-2.1. Nelineární Kelvinova hmota . . . . .	235
6-2.2. Nelineární Maxwelllova vazkopružná kapalina . . . . .	237
6-2.3. Lineární spojení několika nelineárních reologických funkcí . . . . .	238
6-3. Nelineární spojení reologických prvků . . . . .	239
6-3.1. Dvojtenzorové funkce . . . . .	239
6-3.2. Hygrosterické látky, Nelineární Maxwelllova kapalina . . . . .	242
6-3.3. Nelineární látky závisící na historii přetvoření a napětí . . . . .	243
6-3.4. Nelineární dvojtenzorové funkce s ekvivalentními veličinami . . . . .	245
6-4. Nelineární anizotropní vazkopružné látky s dvojitenzorovými funkcemi . . . . .	247
6-4.1. Anizotropní nelineární Kelvinova hmota . . . . .	247
6-4.2. Nelineární dvojitenzorové funkce s transformovanými ekvivalentními veličinami . . . . .	248
6-4.3. Nekonformně anizotropní nelineární vazkopružné látky . . . . .	248
6-5. Nelineární funkcionální vztahy pro vazkopružné látky . . . . .	249
6-6. Nelineární integrální vztahy pro vazkopružné látky . . . . .	254
6-6.1. Fréchetovy rozvoje pro izotropní látky dědičného typu . . . . .	254
6-6.2. Rozvoje obecnějších funkcionálů anizotropních látek . . . . .	256
6-6.3. Tenzorové rozvoje nelineárních funkcí integrálů reologických tenzorů . . . . .	258
6-6.4. Integrální rozvoje s proměnnými mezemi . . . . .	261
6-7. Nelineární reologie konečných přetvoření . . . . .	263
6-7.1. Základní vztahy . . . . .	263
6-7.2. Příklady konstitutivních rovnic racionální reologie . . . . .	265
6-7.3. Nelineární funkcionální vztahy reologie konečných přetvoření . . . . .	267

## 7. REOLOGICKÉ VLASTNOSTI LÁTEK

7-1. Jevy druhého řádu . . . . .	269
7-1.1. Rozpínavost — dilatance — Kelvinův efekt . . . . .	269
7-1.2. Příčná přetvárnost — Weissenbergův efekt . . . . .	272
7-1.3. Poyntingův efekt . . . . .	274

7-2.	Vazkost a pohyb vazkých kapalin . . . . .	274
7-2.1.	Vazkost kapalin . . . . .	274
7-2.2.	Nenewtonské kapaliny s proměnnou vazkostí . . . . .	275
7-2.3.	Fyzikální a molekulární teorie vazkosti . . . . .	277
7-2.4.	Vazkost roztoků . . . . .	277
7-2.5.	Strukturní viskozita . . . . .	278
7-2.6.	Pohyb sypkých a kašovitých hmot . . . . .	279
7-2.7.	Analogie mezi pružnými a vazkými jevy . . . . .	279
7-2.8.	Některé fyzikálně reologické vlastnosti . . . . .	281
7-3.	Reologie betonu . . . . .	281
7-3.1.	Základní druhy přetváření betonu . . . . .	281
7-3.2.	Pružnoplastické přetváření betonu . . . . .	182
7-3.3.	Autorův reologický model pro dlouhodobé přetváření betonu . . . . .	284
7-3.4.	Pruživost betonu . . . . .	284
7-3.5.	Závislost přetvoření betonu na rychlosti přetváření . . . . .	286
7-3.6.	Plouživost . . . . .	286
7-3.7.	Změna modulu pružnosti betonu s časem . . . . .	287
7-3.8.	Vazkost betonu a její závislost na cementu . . . . .	288
7-3.9.	Vliv vodního součinitele . . . . .	289
7-3.10.	Vliv vlhkosti prostředí . . . . .	290
7-3.11.	Vazkost cementové malty . . . . .	291
7-3.12.	Vazkost betonu v závislosti na množství kamenných přísad . . . . .	292
7-3.13.	Závislost vazkosti betonu na druhu kamenných přísad a na čase . . . . .	292
7-4.	Reologie kovů . . . . .	294
7-4.1.	Podstata reologického přetváření kovů . . . . .	294
7-4.2.	Rychlost přetváření . . . . .	295
7-4.3.	Křivky plouživosti kovů . . . . .	296
7-4.4.	Dlouhodobá vláčná pevnost kovů . . . . .	297
7-5.	Reologie polymerů . . . . .	298
7-5.1.	Základní vlastnosti vysokomolekulárních látek . . . . .	298
7-5.2.	Charakteristiky molekulární struktury ovlivňující reologické vlastnosti . . . . .	300
7-5.3.	Závislost mechanických vlastností na teplotě . . . . .	301
7-5.4.	Teorie molekulárních přeskoků vazkopružného působení . . . . .	302
8.	STATIKA A DYNAMIKA VAZKOPRUŽNÝCH NOSNÍKŮ	
8-1.	Lineární vazkopružné nosníky s kvazistatickým zatížením . . . . .	305
8-1.1.	Základní vztahy . . . . .	305
8-1.2.	Průhyby lineárních vazkopružných nosníků . . . . .	307
8-2.	Nelineární vazkopružné nosníky . . . . .	311
8-2.1.	Základní vztahy ekvivalentní reologie nelineárních vazkopružných nosníků . . . . .	311
8-2.2.	Vztahy pro výpočet napětí a průhybu . . . . .	313
8-2.3.	Řešení jednoduchých nelineárních vazkopružných nosníků . . . . .	314
8-3.	Kmitání lineárních vazkopružných nosníků . . . . .	318
8-3.1.	Pohybové rovnice kmitajícího vazkopružného nosníku . . . . .	318
8-3.2.	Reologické vztahy a pohybová rovnice příčného kmitání vazkopružného nosníku v složkách průhybu . . . . .	319
8-3.3.	Vlastní kmitání vazkopružných nosníků . . . . .	321
8-3.4.	Vynucené kmitání vazkopružných nosníků . . . . .	324

## 9. VAZKOPRUŽNÉ RÁMY

9-1. Řešení reologických ráků silovou metodou . . . . .	327
9-2. Metoda rozdělování momentů pro reologické rámy . . . . .	334
9-3. Kmitání reologických ráků . . . . .	340

## 10. REOLOGIE NĚKTERÝCH KONSTRUKČNÍCH PRVKŮ

10-1. Stěnové nosníky . . . . .	349
10-1.1. Základní reologické vztahy pro lineární stěnové nosníky . . . . .	349
10-1.2. Řešení ortotropní konzoly namáhané rovnoměrným zatížením a vlastní tíhou v ekvivalentních veličinách polovratným způsobem . . . . .	352
10-1.3. Řešení roznoměrně zatíženého prostého stěnového nosníku vratným způsobem . . . . .	359
10-2. Kroucení přímých prutů . . . . .	363
10-2.1. Základní vztahy ekvivalentní teorie lineárního kroucení . . . . .	363
10-2.2. Funkce ekvivalentních napětí . . . . .	366
10-2.3. Kroucení lineárního ortotropního vazkopružného prutu obdélníkového průřezu . . . . .	367
10-2.4. Kvazilineární vztahy vazkopružného kroucení . . . . .	371
10-2.5. Řešení energetické . . . . .	372

## 11. REOLOGIE DESEK

11-1. Ekvivalentní reologie lineárních vazkopružných desek . . . . .	375
11-1.1. Ekvivalentní napětí a přetvoření vazkopružných desek . . . . .	375
11-1.2. Výrazy pro ekvivalentní jednotkové momenty a ekvivalentní zatížení. Ekvivalentní momentová rovnice obdélníkových desek . . . . .	376
11-1.3. Ekvivalentní průhyby a diferenciální rovnice ekvivalentní průhybové plochy . . . . .	378
11-1.4. Řešení parciální diferenciální rovnice ekvivalentní průhybové plochy a určení skutečných veličin . . . . .	380
11-1.5. Vazkopružné kruhové desky . . . . .	385
11-2. Lineární vazkopružné desky s obecnou ortotropií . . . . .	387
11-2.1. Ortotropní desky z obecné Kelvinovy hmoty . . . . .	387
11-2.2. Operátorová rovnice obecných vazkopružných desek . . . . .	391
11-3. Dynamická reologie desek . . . . .	394
11-3.1. Pohybové rovnice desek v kartézských souřadnicích . . . . .	394
11-3.2. Operátorová pohybová rovnice v derivacích průhybu . . . . .	396
11-3.3. Vlastní kmitání vazkopružných desek . . . . .	399
11-3.4. Vlastní frekvence vazkopružných desek . . . . .	401
11-3.5. Vynucené kmitání vazkopružných ortotropních desek s úměrnými reologickými operátory . . . . .	411
11-4. Fyzikálně nelineární desky s kvazilineární závislostí mezi složkami ekvivalentních napětí a přetvoření . . . . .	413
11-4.1. Kvazilineární vztahy mezi složkami ekvivalentních napětí a přetvoření izotropních desek . . . . .	413
11-4.2. Vztahy mezi ekvivalentními napětími a průhybem . . . . .	419
11-4.3. Ekvivalentní jednotkové momenty a vztahy mezi jednotkovými momenty a složkami ekvivalentních napětí . . . . .	421
11-4.4. Diferenciální rovnice ekvivalentní průhybové plochy . . . . .	424
11-4.5. Řešení kvazilineárních reologických obdélníkových desek z nestlačitelných hmot metodou energetickou . . . . .	425

11-4.6.	Řešení kvazilineárních úloh reologických desek ze stlačitelných hmot energetickou metodou . . . . .	430
11-4.7.	Nelineární kloubově podepřená obdélníková deska s časově proměnným rovnoměrným zatížením . . . . .	433
11-4.8.	Základní kvazilineární vztahy pro izotropní středově souměrné desky. . . . .	436
11-4.9.	Řešení kvazilineárních rovnic reologických středově souměrných desek metodou energetickou . . . . .	438
11-4.10.	Vetknutá kruhová deska s rovnoměrným zatížením a s osamělým břemenem uprostřed . . . . .	440
11-4.11.	Prostě podepřená kruhová deska s rovnoměrným zatížením a s osamělým břemenem uprostřed . . . . .	441
11-5.	Desky s nelineární algebraickou závislostí mezi složkami ekvivalentních napětí a přetvoření . . . . .	443
11-5.1.	Vztahy mezi složkami ekvivalentních napětí a přetvoření pro ortotropní obdélníkové desky . . . . .	443
11-5.2.	Ekvivalentní průhyb a jednotkové ekvivalentní momenty . . . . .	443
11-5.3.	Diferenciální rovnice ekvivalentní průhybové plochy . . . . .	445
11-6.	Řešení okrajových úloh spojitě zatížených fyzikálně nelineárních anizotropních obdélníkových desek metodou kolokace . . . . .	447
11-6.1.	Desky kloubově podepřené po obvodě . . . . .	447
11-6.2.	Nelineární vetknutá ortotropní deska s rovnoměrným zatížením . . . . .	450

## 12. REOLOGICKÉ SKOŘÁPKY

12-1.	Základní vztahy . . . . .	451
12-1.1.	Vnitřní síly a momenty na jednotku délky skořápky . . . . .	451
12-1.2.	Rovnice rovnováhy . . . . .	455
12-1.3.	Vztahy mezi složkami posunutí a poměrných přetvoření . . . . .	456
12-2.	Ekvivalentní reologie plochých skořápek . . . . .	458
12-2.1.	Zásady řešení . . . . .	458
12-2.2.	Výrazy pro ekvivalentní vnitřní síly a momenty. Ekvivalentní rovnice rovnováhy. . . . .	459
12-2.3.	Vztahy mezi složkami ekvivalentních přetvoření a posunutí. Reologické rovnice skořápek v složkách ekvivalentních posunutí . . . . .	460
12-2.4.	Základní vztahy ekvivalentní reologie plochých izotropních skořápek . . . . .	468
12-2.5.	Řešení vazkopružné ortotropní skořápky ve tvaru plochého hyperbolického paraboloidu. . . . .	474
12-3.	Nelineární reologie skořápek . . . . .	478
12-3.1.	Základní kvazilineární vztahy . . . . .	478
12-3.2.	Metoda energetická . . . . .	479
12-3.3.	Schéma řešení reologické translační skořápky . . . . .	480

Literatura . . . . . 482

Rejstřík . . . . . 490