

OBSAH

ÚVODEM	7
PODĚKOVÁNÍ	9
1 PŘEHLED ZÁKLADNÍCH DEFINIC, TVRZENÍ A ZNAČENÍ	11
1.1 Matice typu (m, n) (v prvním přiblížení)	11
1.2 Maticové operace	12
1.3 Determinant čtvercové matice	14
1.4 Hodnota matice	15
1.5 Lineární prostory $\mathbf{C}^{m,n}$, $\mathbf{R}^{m,n}$ a jejich podprostory	17
1.6 Euklidovské prostory $\mathbf{C}^{m,n}$, $\mathbf{R}^{m,n}$ a jejich podprostory	17
1.7 Vzestup čtvercové matice	18
2 MATICE A SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ALGEBRAICKÝCH ROVNIC	21
2.1 Řešitelnost soustav rovnic	21
2.2 Ekvivalence soustav	22
2.3 Homogenní soustavy	25
2.4 Nehomogenní soustavy	26
3 SPEKTRÁLNÍ VLASTNOSTI ČTVERCOVÝCH MATIC	29
3.1 Podobnost matic	29
3.2 Vlastní čísla a vlastní vektory matice \mathbf{A} řádu n	30
3.3 Věta Cayleyova-Hamiltonova	32
3.4 Nutná a postačující podmínka podobnosti	35
3.5 Kanonické tvary čtvercových matic	37
3.6 Zobecněné vlastní vektory	41
3.7 Pole hodnot	45
3.8 Odhad polohy vlastních čísel matic v komplexní rovině	48
4 CHARAKTERIZACE NĚLTERÝCH PODMNOŽIN MNOŽINY $\mathbf{C}^{n,n}$	51
4.1 Idempotentní matice	51
4.2 Hermitovské matice	53
4.3 Normální matice	58
4.4 Matice prosté struktury	61
4.5 $\mathcal{E}p$ -matice	62
4.6 Matice se vzestupem $v(\mathbf{A}) \leq k$	63
5 MATICE, KUŽELOSEČKY A KVADRIKY	65
5.1 Maticový zápis rovnic kuželoseček	65
5.2 Stanovení kanonického tvaru rovnice kuželosečky	67
5.3 Maticový zápis rovnice kvadriky	68
5.4 Stanovení kanonických tvarů rovnic	72

6	MATICE, MATICE, MATICE A ...	77
6.1	Matice a lineární zobrazení	78
6.2	Matice a bilinéární formy	82
6.3	Matice a kvadratické formy	85
6.4	Gramova matice a skalární součin	89
6.5	Lineární zobrazení lineárního prostoru \mathcal{U} do lineárního prostoru \mathcal{V}	91
7	ROZKLADY MATIC	97
7.1	Součinnové rozklady	97
7.2	Součtové rozklady	105
8	FUNKCE V MATICI A ŘÁDU n	109
8.1	Definice funkce v matici	111
8.2	Konstrukce funkce v matici	114
8.3	Vlastnosti funkcí v matici	117
8.4	Užití funkcí v matici	119
9	ZOBECNĚNÉ INVERZNÍ MATICE	123
9.1	Metoda nejmenších čtverců	124
9.2	Penrose-Mooreova zobecněná inverzní matice	127
9.3	G-inverzní matice se spektrálními vlastnostmi	129
9.4	Drazinova pseudoinverzní matice	131
9.5	Vztah Drazinovy pseudoinverzní matice k jiným zobecněným inverzním maticím	134
10	MATICOVÉ ROVNICE	135
10.1	Homogenní rovnice $\mathbf{AX} - \mathbf{XB} = \mathbf{0}$	135
10.2	Nehomogenní maticová rovnice $\mathbf{AX} - \mathbf{XB} = \mathbf{C}$	138
11	MATICE A GRAFY	145
11.1	Maticové reprezentace orientovaného grafu	146
11.2	Maticové reprezentace neorientovaného grafu	155
11.3	Znaménková matice	162
11.4	Matice kružnic	167
11.5	Matice hranových řezů	171
12	NEZÁPORNÉ MATICE ŘÁDU n	175
12.1	Spektrální vlastnosti kladných matic	176
12.2	Nezáporné nerozložitelné matice	179
12.3	Kladný vlastní vektor nezáporné rozložitelné matice řádu n	184
12.4	Algebraický vlastní prostor nezáporné matice	189
13	SPECIÁLNÍ MATICE	195
13.1	Stochastické matice	195
13.2	Monotónní matice	198
13.3	Matice ortogonalizace	201
13.4	Cirkulanty	202
13.5	Unimodulární matice	203
13.6	Hurwitzova matice a stabilní mnohočleny	205

14	NORMY V LINEÁRNÍCH PROSTRECH	209
14.1	Lineární normovaný prostor konečné dimenze	210
14.2	Vektorové normy	212
14.3	Normy matic	214
14.4	Vztahy mezi vektorovými a maticovými normami	216
14.5	Některé ukázky použití maticových norem	220
LITERATURA		223
REJSTRÁK		225

Ukázky z knihy lze dohledat do doby, kdy jsem nastoupil na vysoké školy SČU a Sileské technické v Mladé Boleslavi. Jsem lineární algebra, v době kdy jsem dělal pravidelně do Prahy na výrobně semináře pro procesora Intellex. Zpracoval knihy odvíjela rovněž skutečnost, že jsem vešel řadu studentských poví „SVOK“.

V roce 1990 nastal v mém životě radikální obrát. Byl jsem zvolen asistentem Vlády a začal jsem se plně věnovat záležitostem a postávkám žurnálu ZČU v Mladé. Na dokončení knihy nebylo ani pomyslné. Teprve v roce 2004, kdy jsem začal přebírat přednášky „Pohledy na teorii matic“, jsem si plně uvědomil, že text je smyšleným přednáškovým.

Knihu není určena profesionálním matematikům, vychází však určitou přípravou ke čtení matematických textů. Je určena především studentům a doktorandům technického vzdělání a také začínajícímu laičtému a věnu, kteří se zajímají o jakýchkoli důležitosti a matic. Bude také sloužit jako základní text pro začínající bakalářských či diplomových práci, kdy přijde nejvíce o doplnění matematických metod. To je také jeden z důvodů proč se v této knize vědomě vyhýbáme matematickým označením. V knoze rovněž nelze hledat žádné historické poznámky.

Přivodit jsem počítal a doplněním každé kapitoly matematickými příklady a výsledky uvedenými na konci knihy. Vzhledem k rozsahu knihy zveřejňujeme následně přílohy – toady ke kapitolkám – na <http://www.kma.zcu.cz/holende> v odkazu publikace.

V přehledu základních definic, tvrzení a úvodních důkazů je nutné včasovat poznámek především matematických operacích. Zpracování knihy šlo pouze následně nastat a to tím, že je to operace, která má konkrétní význam. Všechny důkazy představují pouze jiné struktury poznatka, které jsou v dalších kapitolách rozvíjeny.

V druhé kapitole jsou vyloženy podmínky existence a jednoznačnosti klasického řešení soustav lineárních a algebraických rovnic. Očtenář by měl zaměřit svoji pozornost například pojmu relace ekvivalence v případě soustav a na pojem kanonického tvaru (stručný tvar soustav).

Třetí kapitola pojednává v rámci dvou částí o spektrálních vlastnostech čtvercových matic. Jediné v první části je definování řady důležitých relací ekvivalence (podobnost čtvercových matic) a později jsou uvedeny i různé možné kanonické tvary. Formulovány jsou nutné a postačující podmínky podobnosti jednak ušlechtilých soustav elementárních čísel a jednak pomocí hodnoty eigenmatic $(\lambda I - A^n)$, kde λ_j jsou postupně vlastní čísla matice a $n = 1, 2, \dots, n$; v této souvislosti doporučujeme seznámit se s knihou Borůvka Otakar *Základy teorie matic*. Praha: Academia, 1971. V této knize jsou uvedeny výsledky práce významného českého matematika Eduarda Weira, který jako první zveřejnil charakteristiky podobnosti matic typu $(\lambda I - A^n)$.

Čtvrtá kapitola začíná řešením a možných schémat podmínky komplexních čtvercových matic. Ke každé podmnožině jsou pak v textu uvedeny především spektrální vlastnosti. Ideální matice chápeme jako projektor. Upozorňujeme, že v literatuře se projektorové rovnice matice idempotentní A tebou, že $AA^H = A$, tedy kdy $A = A^H$. V tomto případě hovoříme o ortogonálním projektoru.

Pátá kapitola „Maticy, funkcionály a kvadranty“ může být užitečná těm, kdo se zajímají o maticový popis geometrických objektů v rovině i v prostoru. Zároveň ji chápeme jako