

OBSAH

První část

MECHANIKA HMOTNÉHO BODU

1. První pojmy	19
----------------------	----

I. Přímočarý pohyb

Kinematika

2. Základní kinematické pojmy: poloha, rychlost a zrychlení	19
3. Integrace diferenciální rovnice pohybové, je-li zrychlení známou funkcí času ..	22
4. Integrace diferenciální rovnice pohybové, je-li zrychlení známou funkcí polohy	23
5. Diskuse předešlého pohybu; pohyb limitační a librační	25
6. Integrace diferenciální rovnice pohybové, je-li zrychlení známou funkcí rychlosti	30

Příklady dosud probraných pohybů

7. Volný pád v blízkosti země (kámen)	31
8. Volný pád z veliké výšky (meteor) bez ohledu na odpor vzduchu	32
9. Závislost trati na čase při pádu z veliké výšky	35
10. Volný pád a svislý vrh vzhůru ve vzduchu (odporující prostředí) z nevelké výše (vůči poloměru Země)	41

Dynamika

11. Základní dynamické pojmy: hmota, hybnost a síla	46
12. Hmota setrvačná a těžká	47
13. Diferenciální rovnice pohybová	47
14. Věta o kinetické energii	48
15. Práce a impuls síly	49
16. Prvé integrály diferenciální rovnice pohybové v obecném případě	50

Příklady

17. Lineární harmonický oscilátor — Vlastní kmity netlumené	57
a) Prvé integrály a obecný integrál	58
b) Řešení je jediné	61
c) Charakteristická rovnice. Vzorce Eulerovy	64

d) Grafické znázornění řešení	65
e) Pravděpodobnost pro polohu oscilátoru	67
f) Integrace rovnic $\ddot{x} \pm \omega^2 x = 0$. Hyperbolické funkce	68
18. Lineární harmonický oscilátor tlumený	73
19. Balistický pohyb	78
20. Vynucené kmity obecně. Lineární oscilátor tlumený a netlumený pod vlivem svých kmitů vynucujících	83
21. Kmity vynucené periodickou silou	88
22. Rázy	92
23. Resonance	93
24. Energie kmitů	95

II. Pohyb volného hmotného bodu

Vektorový počet v mechanice

25. Prostorové souřadnice	96
26. Polohový vektor	98
27. Definice vektorů a jejich skládání	100
28. Derivace vektoru podle skaláru (času)	105
29. Vektor rychlosti, zrychlení, hybnosti, síly	106
30. Inerciální souřadnicové soustavy	109
31. Výkon síly; kinetická energie	109
32. Skalární součin dvou vektorů	110
33. Věta o kinetické energii hmotného bodu	111
34. Práce síly. Gradient. Síla konservativní. Impuls síly	112
35. Vektorový součin dvou vektorů	114
36. Součiny tří vektorů (a složitější)	118

Použití vektorového počtu v geometrii

37. Kosinová a sinová věta rovinné trigonometrie	119
38. Kosinová věta a další věty sférické trigonometrie	120
39. Plošný obsah rovinného trojúhelníka	123
40. Objem čtyřstěnu	124
41. Rovnice přímky jdoucí dvěma danými body	125
42. Rovnice roviny jdoucí třemi danými body	126
43. Vzdálenost bodu od roviny	128
44. Nejkratší vzdálenost dvou mimoběžek	129
45. Rovnice tečny k prostorové křivce	130
46. Rovnice normálové roviny k prostorové křivce	131
47. Rovnice normály k ploše	132
48. Rovnice tečné roviny k ploše	133

Dodatky k vektorovému počtu

49. Orthogonální transformace souřadnic	134
50. Chování skalárního součinu, vektorového součinu a gradientu při transformaci	137
51. Divergence, rotor, Laplaceův operátor	138

Některé typické křivočaré pohyby

52. Pohyb hmotného bodu podléhajícího stálé síle. Vrhý	139
53. Balistický problém	142
54. Prostorový oscilátor harmonický	150
55. Keplerovy zákony oběhu planet kolem Slunce	153
56. Newtonův zákon všeobecné gravitace	156
57. Problém dvou těles	159
58. Souvislost centrální síly se silou paralelní	165

III. Newtonův potenciál

59. Definice Newtonova potenciálu	167
60. Příklad I. Potenciál nekonečně tenké homogenní kulové slupky	170
61. Příklad II. Potenciál plně homogenní koule	172
62. Příklad III. Potenciál homogenní duté koule	173
63. Spojitost a nespojitost síly v předešlých příkladech	174
64. Laplaceova a Poissonova rovnice pro potenciál	176
65. Definice potenciálu pro vnitřní bod tělesa	177
66. Hladiny a silokřivky	178
67. Působení do dálky a teorie gravitace	179

IV. Pohyb hmotného bodu podrobeného vazbám

68. Vazby. Počet stupňů volnosti	180
69. Roztřídění vazeb	181
70. Lagrangeovy rovnice 1. druhu	182
71. Příklad 1. Hmotný bod na nakloněné rovině	185
72. Příklad 2. Hmotný bod na kulové ploše	187
73. Rovinné matematické kyvadlo	190
74. Diskuse pohybu matematického kyvadla před integrací	191
75. Kyvy matematického kyvadla	194
76. Aperiodický pohyb matematického kyvadla	198
77. Oběh matematického kyvadla v kružnici	199
78. Napětí vlákna kyvadla	200
79. Sférické kyvadlo	203
80. Věta Puiseuxova	206
81. Mezní případy: malé kmity sférického kyvadla; konické kyvadlo	211
82. Příklad 3. Parabolické kyvadlo	214
83. Přirozené pohybové rovnice bodu podrobeného vazbám	218
84. Stálost rovnováhy hmotného bodu a periodických pohybů	221



MECHANIKA SOUSTAVY HMTNÝCH BODŮ

I. Hybnost a moment hybnosti

85. Střed soustavy hmotných bodů (těžiště)	224
86. Moment skaláru a vektoru	227
87. Hybnost a moment hybnosti soustavy hmotných bodů	229
88. Síly působící na hmotné body soustavy	229
89. Věta o hybnosti soustavy	230
90. Věta o momentu hybnosti soustavy	232
91. Věta o hybnosti a o momentu hybnosti v pravouhlých souřadnicích	235
92. Věta o energii soustavy hmotných bodů	236
93. Věta Königova	240

II. Principy mechaniky

94. Vektorová a analytická mechanika	241
95. Principy dynamiky	242

Rovnováha soustavy v klidu

96. Virtuální práce soustavy volných hmotných bodů	243
97. Princip virtuální práce (virtuálních posunutí)	245
98. Rovnováha hmotného bodu na nehybné ploše	251
99. Rovnováha hmotného bodu na nehybné křivce	252
100. Rovnováha soustavy hmotných bodů	254
101. Příklad 1. Dvojjzratná páka v poli zemské tíže	260
102. Příklad 2. Jedna holonomní a dvě neholonomní vazby dvojjzratné páky	264
103. Příklad 3. Vlákno s těžkými koncei na parabole	268

Diferenciální principy dynamiky

104. Princip d'Alembertův	269
105. Věta o kinetické energii	272
106. Příklad 1. Pohyb hmotného bodu po rovinné křivce $dy = \alpha t dx$	273
107. Příklad 2. Pohyb hmotného bodu po prostorové křivce $dz = x dy - y dx$	275
108. Příklad 3. Stíhací křivka	279
109. Příklad 4. Pohyb hmotného bodu po prostorové křivce $dy = z dx$	285
110. Příklad 5. Rheonomní vazba hmotného bodu obecně	286
111. Princip Gaussův	288
112. Princip Jourdainův	291
113. Princip Hertzův	292
114. Nejobecnější tvar pohybových rovnic (Gibbsův-Appellův)	301
115. Skutečný a variovaný pohyb	304
116. Ústřední rovnice Lagrangeova	309

117. Lagrangeovy rovnice 2. druhu	311
118. Lagrangeovy rovnice v kvasisouřadnicích	315

Integrální principy

119. Princip Hamiltonův	317
120. Princip Maupertuisův-Eulerův v nejjednodušším případě	321
121. Neisochronní variace	327
122. Hölderova identita	328
123. Důsledky Hölderovy identity a principu d'Alembertova (princip Hamiltonův a princip Maupertuisův-Eulerův)	330
124. Princip Jacobiho a Hertzův	336
125. Princip Hilbertův	338

III. Lagrangeovy rovnice 2. druhu

126. Roztřídění dalších úkolů	341
127. Případy, kdy existuje kinetický potenciál	341
128. Příklad 1. Cykloidální kyvadlo	345
129. Příklad 2. Brachistochrona	346
130. Příklad 3. Pohyb hmotného bodu na rotační ploše	350
131. Příklad 4. Pohybové rovnice volného a vázaného hmotného bodu v polárních souřadnicích	352
132. Nevariační odvození Lagrangeových rovnic 2. druhu	354
133. Některé důsledky Lagrangeových rovnic	358
134. Obecné hybnosti	359
135. Cyklické souřadnice. Routhova funkce	360
136. Příklad nepřírozené soustavy (brachistochrona)	362
137. Příklad problému řešitelného kvadraturami: atrakce bodu dvěma pevnými centry	365

IV. Hamiltonova-Jacobiho theorie

Hamiltonovy kanonické rovnice

138. Odvození Hamiltonových rovnic	369
139. Příklad na nepřírozenou soustavu (brachistochrona)	272
140. Příklad na přírozenou soustavu (harmonický oscilátor)	374
141. Další příklad na nepřírozenou soustavu (tlumený harmonický oscilátor)	375
142. Příklad na Hamiltonovu funkci hmotného bodu v kartézských a polárních souřadnicích v silovém poli konservativním	377

Kanonické transformace

143. Vytvořující funkce	381
144. Redukce Keplerova problému kanonickými transformacemi	383
145. Poissonovy a Lagrangeovy závorky	388
146. Podmínky kanoničnosti transformace	393

147. Vyjádření Poissonových závorek Lagrangeovými a naopak	394
148. Infinitesimální kanonická transformace	396

Integrační teorie Hamiltonova-Jacobiho

149. Hamiltonova-Jacobiho diferenciální rovnice	397
150. Příklad 1. Brachistochrona	402
151. Příklad 2. Keplerův problém	404
152. Příklad 3. Prostorový harmonický oscilátor	408

Třetí část

MECHANIKA TUHÉ SOUSTAVY HMOTNÝCH BODŮ A TUHÉHO TĚLESA

153. Tuhé těleso	412
------------------------	-----

I. Silové soustavy působící na tuhé těleso

154. Dvě síly v bodě a v průmce	412
155. Dvě síly v rovině	413
156. Dvě síly rovnoběžné stejnosměrné a jejich střed	415
157. Více rovnoběžných sil stejnosměrných a jejich střed	417
158. Těžiště	419
159. Rovnoběžné síly obecně	421
160. Silová dvojice	422
161. Věty o záměnách silových dvojic	423
162. Skládání silových dvojic	425
163. Rovnocennost silových dvojic	426
164. Vektor momentu jedné a více sil. Věta Varignonova	426
165. Moment silové dvojice	428
166. Skládání silových dvojic a jejich momentů	429
167. Skládání libovolných sil	430
168. Centrální osa	432
169. Rovnocennost silové soustavy. Její rovnováha	435
170. Statika tuhého tělesa	435

II. Kinematika tuhé soustavy hmotných bodů

171. Tuhá soustava hmotných bodů	436
--	-----

Přemístění konečné velikosti

172. Stupně volnosti	437
173. Přemístění soustavy. Rovnocenná přemístění	438

174. Translace. Rovnocennost translací	438
175. Rotace kolem osy	438
176. Rotace kolem bodu	439
177. Věta Poinsova. Okamžitá rotační osa	439
178. Rovnocennost dvou rotací kolem os sbíhavých (s jedinou rotací)	440
179. Rovnocennost dvou rotací kolem os rovnoběžných (s jedinou rotací).....	440
180. Dvojice rotací. Rovnoběžné posunutí rotační osy	441
181. Rovnocennost přemístění složeného z translace a rotace s pohybem šroubovým	442
182. Obecné přemístění soustavy. Věta Chaslesova.....	443

Přemístění konečné velikosti analytickou methodou

183. Analytické vyjádření libovolného přemístění soustavy	446
184. Zvláštní případy. Rotace a její invarianty	449
185. Eulerovo parametrické vyjádření rotace tuhé soustavy kolem pevného bodu..	451
186. Cayleyovo-Kleinovo parametrické vyjádření rotace	453
187. Kvaternion rotace	456
188. Kompoziční pravidla pro parametry	459
189. Skládání dvou rotací. Velmi malé rotace	461
190. Geometrické odvození předešlých výsledků	463
191. Eulerovy úhly	464
192. Otočení souřadnicové soustavy. Úhel nutační, precesní, rotační	467
193. Rotace kolem osy neprocházející počátkem souřadnicové soustavy	470
194. Rovnocennost dvou rotací kolem mimoběžných os s pohybem šroubovým....	472

Elementární rotace

195. Přejchod k elementárním rotacím	473
196. Skládání dvou elementárních rotací	474
197. Skládání neelementární rotace s elementární	476
198. Elementární rotace hmotné soustavy a Eulerovy úhly	477
199. Elementární rotace souřadnicové soustavy a Eulerovy úhly	478

Rychlost a zrychlení bodů tuhé soustavy

200. Úhlová a lineární rychlost bodů soustavy rotující kolem pevného bodu.....	480
201. Úhlové rychlosti kolem několika různých os současně.....	482
202. Duálnost sil působících na tuhé těleso a elementárních rotací tuhé soustavy....	483
203. Rychlost bodů volné tuhé soustavy.....	484
204. Elementární přemístění volné tuhé soustavy	486
205. Okamžitý kinematický šroub	488
206. Zrychlení bodů volné tuhé soustavy	491

III. Dynamika tuhého tělesa

207. Pohybové rovnice volné tuhé soustavy	492
208. Pohybové rovnice volného tuhého tělesa	497

Kinetická energie, hybnost a moment hybnosti tuhého tělesa

209. Kinetická energie tuhého tělesa	498
210. Moment setrvačnosti	501
211. Elipsoid setrvačnosti	504
212. Věta Huygensova-Steinerova	506
213. Centrální elipsoid setrvačnosti	507
214. Tensor setrvačnosti	507
215. Hlavní osy setrvačnosti	510
216. Příklad. Moment setrvačnosti homogenního trojosého elipsoidu	514
217. Moment hybnosti tuhého tělesa	515
218. Souvinnost kinetické energie s hybností a momentem hybnosti	518
219. Věta o kinetické energii a výkonu vtištěných sil	520

Rovinný pohyb tuhého tělesa

220. Rotace kolem pevné osy	521
221. Tlak tuhého tělesa rotujícího kolem pevné osy na ložiska. (Přirozená) osa volná	523
222. Fysické kyvadlo	526
223. Obecný rovinný pohyb tuhého tělesa	529
224. Příklad 1. Valení homogenního válce po dokonale drsné nakloněné rovině	531
225. Příklad 2. Pohyb tělesa po dokonale hladké nakloněné rovině	535
226. Příklad 3. Klouzání rotačního tělesa po nedokonale hladké nakloněné rovině	536
227. Příklad 4. Klouzání těžké homogenní tyče ve svislé rovině podél dokonale hladké stěny a dokonale hladké podlahy	537

Setrvačnick s nulovou silovou dvojicí

228. Rotace tuhého tělesa kolem pevného bodu	543
229. Eulerovy diferenciální rovnice rotace	543
230. Eulerovy rovnice a kvasisouřadnice	546
231. Odvození pohybových rovnic tuhého tělesa z Gaussova principu	548
232. Problém integrace dynamických rovnic Eulerových	553
233. Prvé integrály Eulerových rovnic, je-li moment vtištěných sil roven nule	554
234. Integrace Eulerových rovnic dynamických, je-li moment vtištěných sil nulový	555
235. Symetrické řešení Eulerových rovnic elementárními funkcemi	561
236. Stanovení Eulerových úhlů	564
237. Methoda Poinsotova	567
238. Rovnice polhodie	570
239. Pohyb rotační osy v tělese	573
240. Pohyb rotační osy v prostoru. Herpolhodie	575
241. Stálost rotace kolem hlavních os setrvačnosti	580

Setrvačnick v silovém poli tíže

242. Rotace tuhého tělesa kolem jeho pevného bodu v silovém poli tíže	583
243. Těžký souměrný setrvačnick s pevným bodem na dokonale drsné vodorovné rovině	587
244. Diskuse před integrací	588
245. Regulární precese	595
246. Aperiodický pohyb a pseudoregulární precese	596

247. Stabilitost a nestabilitost pohybu	600
248. Přesné řešení eliptickými funkcemi	601
249. Rychle rotující těžký setrvačnick (přibližné řešení)	605
250. Pohyb setrvačnicku na dokonale hladké vodorovné rovině	610
251. Setrvačnick Soni Kovalevské	611

IV. Relativní pohyb

252. Rychlost a zrychlení	614
253. Rovnice relativního pohybu a relativní rovnováhy	618
254. Pohyb hmotného bodu na rotující přímce	621
255. Pohyb hmotného bodu na povrchu rotující Země	622
256. Relativní rovnováha olovnice. Vliv zemské rotace na zrychlení zemské tíže	623
257. Šikmý vrh na rotující Zemi	625
258. Foucaultovo kyvadlo	631

Dodatek

259. Z dějin klasické mechaniky	636
260. Meze platnosti klasické mechaniky	641
Literatura	643
Rejstřík	649

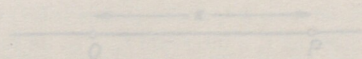
KINEMATIKA

1. Základní kinematické pojmy: poloha, rychlost a zrychlení. Na vodorovné přímce si zvolíme pevný bod O , t. zv. referenční bod. Poloha pohyblivého bodu P na této přímce vůči referenčnímu bodu O (počátek) je dána jeho souřadnicí x , která má hodnotu kladnou, je-li P na pravo od O , a zápornou, je-li P nalevo od O . Vzdálenost bodu P od O je $|x|$ (uznává velikost jeho souřadnice). Bod P může být třeba světelný oblouk a pod (nemá ještě třeba zavedení pojem hmotného bodu). Bod P zaujímá polohu x v čase t , což vyjadřujeme (integrální) pohybem rovnice bodu P takto:

$$x = f(t);$$

předpokládáme, že $f(t)$ je funkce reálná, jednoznačná, spojitá a schopná derivace v určité časovém intervalu, jenž přichází v úvahu. Přijďme-li k funkci

$$f = g(x),$$



Obr. 1. Poloha bodu pohybujícího se po přímce.