

Obsah

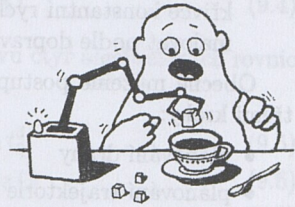


1 Úvod	7
1.1 Základní předpoklady a motivace	7
1.2 Postup výkladu látky	8
1.3 Motivace: Řízení nelineární soustavy	9
2 Kinematika prostorových mechanismů	19
2.1 Rotační matice a její derivace	20
2.2 Homogenní transformace	26
2.3 Popis orientace tělesa v prostoru	32
2.4 Denavit - Hartenbergovy parametry	36
2.5 Přímá úloha kinematiky	40
2.6 Shrnutí	42
2.7 Kontrolní otázky	43
3 Diferenciální kinematika	45
3.1 Diferenciální kinematika a jakobián	46
3.2 Inverzní úloha kinematiky	48
3.3 Singulární stavy	52
3.4 Statika s využitím jakobiánu	52
3.5 Manipulovatelnost	53
3.6 Shrnutí	56
3.7 Kontrolní otázky	57
4 Kinematika – příklady	59
4.1 Příklad: Kinematika rovinného manipulátoru RR	60
4.2 Příklad: Kinematika rovinného manipulátoru RT	70
4.3 Příklad: Rovinný manipulátor RRR	72
4.4 Příklad: Prostorový manipulátor RRR (antropomorfní ruka)	76
4.5 Příklad: Prostorový manipulátor RR	79
4.6 Shrnutí	81
4.7 Kontrolní otázky	82

5	Kinematika soustav s uzavřenou topologií	83
5.1	Metody řešení	84
5.2	Příklad: Čtyřčlenný mechanismus	87
5.3	Shrnutí	90
5.4	Kontrolní otázky	90
6	Dynamika prostorových mechanismů	91
6.1	Úvod	92
6.2	Základní metody a tvary rovnic	93
6.3	Kinetostatika (inverzní úloha dynamiky)	95
6.4	Maticová metoda vycházející z LR2	101
6.5	Shrnutí	104
6.6	Kontrolní otázky	105
7	Dynamika – příklady	107
7.1	Příklad: Dynamika fyzikálního kyvadla	107
7.2	Příklad: Dynamika rovinného manipulátoru RR	113
7.3	Příklad: Dynamika prostorového RR manipulátoru	120
8	Kinematika a dynamika neholonomních soustav	123
8.1	Holonomní a neholonomní vazby	123
8.2	Neholonomní soustavy	125
8.3	Kinematika neholonomních soustav	125
8.4	Dynamika neholonomních soustav	133
8.5	Shrnutí	136
8.6	Kontrolní otázky	136
9	Plánování trajektorie manipulátorů	137
9.1	Dráha a trajektorie (path and trajectory)	137
9.2	Pohyb v kloubových souřadnicích	138
9.3	Kontrolní otázky	143
10	Přílohy	145
10.1	Softwarové nástroje	145
10.2	Matematika	152
10.3	Označování veličin	155
10	Rejstřík	156
12	Použitá literatura	159

Kapitola 9

Plánování trajektorie manipulátorů



Obsah kapitoly

9.1	Dráha a trajektorie (path and trajectory)	137
9.2	Pohyb v kloubových souřadnicích	138
9.2.1	Kubický polynom	138
9.2.2	Polynom 5. stupně	139
9.2.3	Trajektorie zadaná několika body	139
9.2.4	Příklad úlohy pro průmyslový robot	142
9.3	Kontrolní otázky	143

V této kapitole se jen velmi stručně dotkneme rozsáhlé problematiky plánování dráhy a trajektorie pohybu soustavy. Popíšeme základní způsob generování trajektorie, který je možné obecně aplikovat na stacionární průmyslové roboty, mobilní roboty i další soustavy.

9.1 Dráha a trajektorie (path and trajectory)

Nejprve ujasníme dva základní pojmy:

Dráha (path) – je množina bodů, kterými musí soustava projít na cestě z počáteční do koncové polohy. Dráhou je tedy křivka definující pohyb koncového efektoru svařovacího robotu nebo silnice z Brna do Dolních Kotěhůlek.

Kapitola 10

Přílohy



Obsah kapitoly

10.1 Softwarové nástroje	145
10.1.1 Přehled a rozdělení	146
10.1.2 Maple	147
10.1.3 Matlab	149
10.1.4 Matlab + Robotic Toolbox	150
10.1.5 SimMechanics	151
10.1.6 Adams	152
10.2 Matematika	152
10.2.1 Trigonometrie	152
10.2.2 Skalární součin	153
10.2.3 Operace s maticemi	153
10.2.4 Speciální matice	154
10.2.5 Vektorový součin	155
10.3 Označování veličin	155

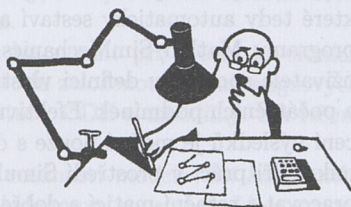
10.1 Softwarové nástroje

Praktické řešení úloh prostorové kinematiky a dynamiky soustav tuhých těles je jen v dosti omezené míře možné ručně na papíře. Použití maticových metod předpokládá naopak použití počítače.

V následujícím textu stručně popíšeme základní vlastnosti softwaru Maple jako zástupce skupiny programů pro symbolickou manipulaci s matematickými

Kapitola 1

Úvod



Obsah kapitoly

1.1	Základní předpoklady a motivace	7
1.2	Postup výkladu látky	8
1.3	Motivace: Řízení nelineární soustavy	9
1.3.1	Zadání úlohy	9
1.3.2	Inverzní kinematika	11
1.3.3	Polohové řízení	11
1.3.4	Shrnutí	18

V této úvodní kapitole popíšeme kontext a možné motivace studia prostorové kinematiky a dynamiky. Použití základních úloh dále vysvětlených v textu ukážeme na příkladu řízení konkrétního rovinného manipulátoru.

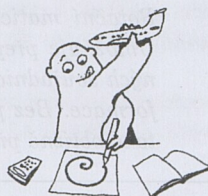
1.1 Základní předpoklady a motivace

Jedním z hlavních rysů mechatronického přístupu k návrhu pokročilých výrobků je komplexní pojetí technického objektu a jeho počítačové modelování. V simulačním modelu integrujeme mechanický, elektrický a řídicí subsystém a získáváme tak i informace o jejich vzájemných interakcích. Modelujeme-li mechanické a elektrické prvky jako systémy se soustředěnými parametry, pak lze jednoznačně říci, že sestavení modelu mechanické části je nejobtížnější.

Základní znalosti studentů z předmětů Statika, Kinematika a Dynamika je potřebné rozšířit a prohloubit a to především směrem k složitým prostorovým soustavám a jejich modelování na počítači.

Kapitola 2

Kinematika prostorových mechanismů

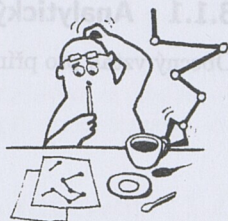


Obsah kapitoly

2.1	Rotační matice a její derivace	20
2.1.1	Rotační matice v rovině	20
2.1.2	Rotační matice v prostoru	21
2.1.3	Derivace rotační matice	22
2.1.4	Dvě postupné rotace	25
2.2	Homogenní transformace	26
2.2.1	Transformace v rovině	26
2.2.2	Transformace v prostoru	27
2.2.3	Derivace transformační matice	28
2.2.4	Použití diferenciálních operátorů	30
2.3	Popis orientace tělesa v prostoru	32
2.3.1	Eulerovy úhly	32
2.3.2	Jednotkový vektor a úhel	35
2.3.3	Jednotkový kvaternion	36
2.4	Denavit - Hartenbergovy parametry	36
2.4.1	Určení parametrů	37
2.4.2	Transformační matice	38
2.4.3	Derivace transformační matice	39
2.5	Přímá úloha kinematiky	40
2.6	Shrnutí	42
2.7	Kontrolní otázky	43

Kapitola 3

Diferenciální kinematika



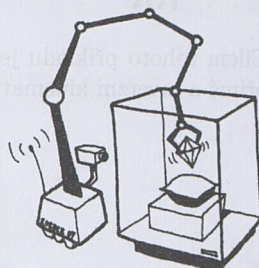
Obsah kapitoly

3.1	Diferenciální kinematika a jakobián	46
3.1.1	Analytický jakobián	46
3.1.2	Geometrický jakobián	46
3.1.3	Numerický výpočet jakobiánu	47
3.2	Inverzní úloha kinematiky	48
3.2.1	Analytické řešení	49
3.2.2	Numerické řešení pomocí inverze jakobiánu	49
3.3	Singulární stavy	52
3.4	Statika s využitím jakobiánu	52
3.5	Manipulovatelnost	53
3.5.1	Rychlostní elipsoid	53
3.5.2	Silový elipsoid	55
3.6	Shrnutí	56
3.7	Kontrolní otázky	57

V této kapitole popíšeme především numerické řešení inverzní úlohy kinematiky. Základním nástrojem je jakobián. S jeho pomocí můžeme také vyřešit úlohu statiky či posoudit manipulovatelnost a singularitu.

Kapitola 4

Kinematika – příklady



Obsah kapitoly

4.1	Příklad: Kinematika rovinného manipulátoru RR	60
4.1.1	Přímá kinematika	60
4.1.2	Inverzní kinematika	63
4.1.3	Statika	67
4.1.4	Manipulovatelnost	68
4.2	Příklad: Kinematika rovinného manipulátoru RT	70
4.2.1	Přímá kinematika	70
4.2.2	Inverzní kinematika	71
4.2.3	Singulární poloha	72
4.3	Příklad: Rovinný manipulátor RRR	72
4.3.1	Přímá kinematika	72
4.3.2	Analytický jakobián	73
4.3.3	Manipulovatelnost	74
4.4	Příklad: Prostorový manipulátor RRR (antropomorfní ruka)	76
4.4.1	Přímá kinematika pomocí DH parametrů	76
4.4.2	Analytický jakobián	77
4.4.3	Singulární poloha	77
4.4.4	Inverzní kinematika	78
4.5	Příklad: Prostorový manipulátor RR	79
4.5.1	Přímá kinematika pomocí DH parametrů	79
4.6	Shrnutí	81
4.7	Kontrolní otázky	82

Kapitola 5

Kinematika soustav s uzavřenou topologií



Obsah kapitoly

5.1	Metody řešení	84
5.1.1	Metoda uzavřené smyčky	84
5.1.2	Metoda rozpojené smyčky	84
5.2	Příklad: Čtyřčlenný mechanismus	87
5.2.1	Odvození vazebných rovnic	87
5.2.2	Přímá kinematika	88
5.2.3	Inverzní kinematika	89
5.3	Shrnutí	90
5.4	Kontrolní otázky	90

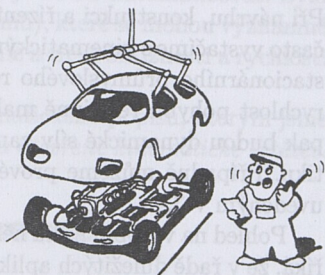
V této kapitole naznačíme řešení kinematiky soustav s uzavřenými smyčkami. Zjistíme, že možným (a používaným) řešením je „rozpojení“ soustavy a řešení inverzní úlohy kinematiky pro tyto dva vzniklé otevřené řetězce.

Při výkladu teorie i v příkladech jsme se dosud zabývali pouze kinematikou mechanismů s otevřenou topologií. Jejich typickým příkladem jsou klasické sériové průmyslové roboty a manipulátory.

V praxi ale musíme řešit i kinematiku mechanismů s uzavřenými kinematickými smyčkami. Základní problém spočívá v tom, že tyto obsahují nezávislé i závislé kloubové souřadnice, čímž se výpočet značně komplikuje. Připomeňme, že v případě otevřeného řetězce obsahují rovnice pouze nezávislé kloubové souř.

Kapitola 6

Dynamika prostorových mechanismů

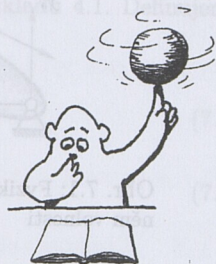


Obsah kapitoly

6.1	Úvod	92
6.2	Základní metody a tvary rovnic	93
6.2.1	Lagrangeovy rovnice II. druhu	93
6.2.2	Metoda uvolňování (Newton)	94
6.2.3	Úlohy dynamiky	95
6.3	Kinetostatika (inverzní úloha dynamiky)	95
6.3.1	Staticky ekvivalentní přenesení síly a momentu	96
6.3.2	Silový a momentový bivektor	97
6.3.3	Statika otevřeného kinematického řetězce	97
6.3.4	Zahrnutí setrvačných účinků	99
6.3.5	Průmět síly a momentu do kloubové souřadnice	100
6.4	Maticová metoda vycházející z LR2	101
6.4.1	Výpočet kinetické a potenciální energie	101
6.4.2	Derivace energií a sestavení rovnic	103
6.4.3	Doplnění pasivních odporů v kloubech	104
6.5	Shrnutí	104
6.6	Kontrolní otázky	105

Kapitola 7

Dynamika – příklady



Obsah kapitoly

7.1	Příklad: Dynamika fyzikálního kyvadla	107
7.1.1	Klasicky "ručně" pomocí LRII	108
7.1.2	Maticově pomocí jakobiánů	109
7.1.3	Kinetostatika	110
7.2	Příklad: Dynamika rovinného manipulátoru RR	113
7.2.1	Klasicky "ručně" pomocí LRII	113
7.2.2	Maticově pomocí jakobiánů	115
7.2.3	Kinetostatika	117
7.3	Příklad: Dynamika prostorového RR manipulátoru	120
7.3.1	Klasicky "ručně" pomocí LRII	120

7.1 Příklad: Dynamika fyzikálního kyvadla

Fyzikální kyvadlo je jedním z nejjednodušších mechanických systémů. Pohybuje se v tíhovém poli Země a neuvažujeme pasivní odpory ani žádné vnější síly, jedná se tedy o konzervativní systém.

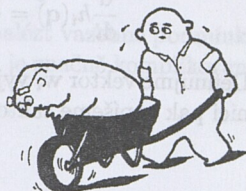
Na obr. 7.1 je vidět poloha a orientace souřadnicových systémů 0 a 1, které jsme volili v souladu s příkladem 4.1 a můžeme tedy použít odvozené kinematické transformační vztahy.

Nejprve sestavíme pohybovou rovnici běžným způsobem pomocí Lagrangeových rovnic II. druhu.

Následně aplikujeme maticové metody (kinetostatika a Lagrangeovy rovnice) a na závěr zjistíme, že:

Kapitola 8

Kinematika a dynamika neholonomních soustav



Obsah kapitoly

8.1	Holonomní a neholonomní vazby	123
8.2	Neholonomní soustavy	125
8.3	Kinematika neholonomních soustav	125
8.3.1	Bod v rovině	126
8.3.2	Kotouč valící se po rovině	128
8.3.3	Jízni kolo	129
8.3.4	Diferenciálně řízený robot	130
8.4	Dynamika neholonomních soustav	133
8.4.1	Příklad: Diferenciálně řízený robot	133
8.5	Shrnutí	136
8.6	Kontrolní otázky	136

Nejzajímavějšími případy neholonomních soustav jsou pro nás kolová vozidla. V této kapitole se dozvíme, jak sestavovat jejich kinematické modely použitelné např. pro řízení.

8.1 Holonomní a neholonomní vazby

Uvažujme soustavu s n stupni volnosti popsanou zobecněnými souřadnicemi $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T$. Soustava je vázána $k < n$ holonomními vazbami

$$h_i(\mathbf{q}) = 0, i = 1, \dots, k \quad (8.1)$$