

OBSAH

	str.
Několik vět od Petra Vopěnky a od vydavatele	6
PŘEDMLUVA	7
Kapitola 1. ÚVOD	11
Trochu historie	11
Co je problém?	15
1. Cvičení či rutinní problémy	15
2. Úlohy či nerutinní problémy	16
3. Zkoumání	16
Jak vytvářet otázky?	19
K čemu využíváme problémy?	21
Rozvíjení schopnosti řešit problémy	23
Vhodnost symboliky	24
Fáze řešení problému	25
Kapitola 2. STRATEGIE ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ	26
Výchozí (základní) strategie	26
1. Strategie systematické experimentování	26
2. Strategie pokus – omyl	26
3. Strategie odhad, ověření a oprava	27
4. Algebraická cesta	27
5. Geometrická cesta	27
Další obecné strategie	32
1. Konkretizace a zobecnění	32
2. Analogie	39
3. Strategie přeformulování problému	43
4. Cesta zpět	49
5. Zavedení pomocného prvku	52
6. Vypuštění podmínek	55
7. Opakování určitého postupu	57
Ukázky specifitějších matematických strategií	59
1. Využití invariantu vzhledem k zobrazení	59
2. Rozklad na jednodušší případy	67
3. Užití extrémního prvku	69
4. Metoda nekonečné regrese	71
5. Parita (sudý, lichý)	74
6. Dirichletův princip	75
7. Hledání výjimek a speciálních případů	76
Kapitola 3. NĚKTERÉ DOKAZOVACÍ METODY	77
1. Přímý důkaz	77
2. Nepřímý důkaz	78
3. Důkaz sporem	79
4. Nepřímá úvaha	80
5. Matematická indukce	82
Kapitola 4. HROZNY PROBLÉMŮ	88
Hrozen 1: Hra u kulatého stolu	89
Hrozen 2: Geometrická zobrazení	91
Hrozen 3: Počet čtverců ve čtvercové síti	94
Hrozen 4: Znaky dělitelnosti	98
Hrozen 5: Dělitelnost	102
Hrozen 6: Obvodové a středové úhly	105
Hrozen 7: Řez krychle rovinou	110
Hrozen 8: Tabulky diferencí	111
Hrozen 9: Složené úročení polhůtní	117
Závěrečné poznámky o metodě vytváření hroznů problémů	122

Kapitola 5. ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ POMOCÍ ZKOUMÁNÍ	125
1. Využití tabulkového procesoru	125
2. Teroristé	128
3. První a poslední číslice	129
4. Největší společný dělitel	130
5. Řešení rovnic a nerovnic	132
6. Generující polynom posloupnosti a součet řady	134
7. Doplnění dalšího členu v posloupnosti	136
8. Kombinatorická geometrie	137
9. Množiny bodů dané vlastnosti	140
10. Problémy z pravděpodobnosti	143
11. Algebrogramy	147
12. Tlačítka na mobilním telefonu	149
13. Magický čtverec 4×4	152
14. Počet kladných kořenů rovnice	155
Kapitola 6. ZKOUMÁNÍ MATEMATICKÝCH SITUACÍ	157
1. Trojúhelníková čísla	158
2. Číselné tabulky	165
3. Cesty na čtvercové síti	169
4. Vepisování čísel do čtverce	175
5. Rozdělení čtverce na čtverce	177
6. Absolutní hodnota celého čísla	179
7. Zápisy přirozených čísel v pozičních soustavách	181
8. Vztah mezi počtem vrcholů, hran a stěn v mnohostěnu (Eulerova věta)	184
9. Mřížový trojúhelník	185
10. Pickův vzorec	186
11. Fibonacciho posloupnost	188
1. Další členy posloupnosti	189
2. Vytváření posloupnosti	189
3. Součty Fibonacciho čísel	189
4. Součet členů Fibonacciho posloupnosti na lichých pozicích	190
5. Součet členů Fibonacciho posloupnosti na sudých pozicích	191
6. Součty čtverců Fibonacciho čísel	191
7. Sudá Fibonacciho čísla	193
8. Fibonacciho čísla dělitelná třemi	193
9. Fibonacciho čísla dělitelná pěti	193
10. Fibonacciho čísla dělitelná osmi	194
11. Zobecnění předchozích zkoumání	194
12a. Rozdíly sousedních Fibonacciho čísel	195
12b. Rozdíly sousedních členů posloupnosti (6)	195
12c. Rozdíly sousedních členů posloupnosti (7)	195
13. Podíly sousedních Fibonacciho čísel	195
14. Čtverec libovolného Fibonacciho čísla a součin jeho sousedů	196
15. Součin dvou sousedních Fibonacciho čísel a součin čísel, které s nimi sousedí ...	197
16. Rozdíly součinů dvou sousedních Fibonacciho čísel	197
17. Pseudo-Fibonacciho posloupnosti	199
18. Rozdíly sousedních členů	199
19. Podíly sousedních členů	200
20. Čtverec libovolného členu a součin jeho sousedů	200
21. Součin dvou sousedních členů a součin členů, které s nimi sousedí	201
22. Zajímavé problémy související s Fibonacciho posloupností	202
12. Závěrečné poznámky o zkoumání	205
13. Dodatek: Jedno zkoumání kladných celých čísel	206
Seznam použité literatury	211