

# OBSAH.

## Část prvá.

### Integrály neurčité (funkce primitivní).

#### I. Úvod.

##### 1. Základní definice a pojmenování.

Odstavec	Strana
1. Definice integrálu neurčitého (primitivní funkce) . . .	1
2. O úkolu integrálního počtu . . . . .	2
3.—4. Některé jednoduché formule vyplývající bezprostředně ze vzorců diferenciálního počtu . . . . .	3

##### 2. Různé metody pro výpočet neurčitých integrálů.

5. Methoda rozkladu ve sčítance . . . . .	4
6. Integrál z potenční řady . . . . .	5
7. Methoda částečné (parciální) integrace . . . . .	5
8. Methoda substituce . . . . .	7
9. Methoda derivace dle parametru . . . . .	12

#### II. Integrály z racionálních funkcí.

11. Rozklad racionální funkce ve zlomky částečné . . . . .	14
12.—13. Obecný výpočet při rozkladu se vyskytujícími konstant .	16
14. Praktický jich výpočet . . . . .	18
15. O důsledku pro rozklad racionální funkce za předpokladu, že koeficienty racionální funkce jsou reálné . . . . .	19
16. Integrace racionální funkce . . . . .	20
17. O výpočtu racionální části integrálu z racionální funkce . .	24
18. Několik obecnějších příkladů pro integraci racionálních funkcí . . . . .	27

### III. Integrály z funkcí iracionálních.

#### 1. Některé případy jednoduché.

Odstavec	Strana
19. Integrály tvaru $\int R \left[ x, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{p}{q}}, \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)^{\frac{p'}{q'}}, \dots \right] dx$	29
20. Integrály binomické . . . . .	30
21. Redukční vzorce pro integrály binomické . . . . .	32

#### 2. Integrály $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ .

22. Převedení integrálů na integrály racionálních funkcí . . .	33
23. Přímý výpočet integrálů . . . . .	35
24. Výpočet integrálu $\int \frac{(Hx + K) dx}{(x^2 + 1) \sqrt{Ax^2 + Bx + c}}$ . . . . .	37
25. Výpočet téhož integrálu, když $B = 0$ . . . . .	38
26. Poznámka naznačující jinou metodu pro výpočet téhož integrálu . . . . .	39

#### 3. O křivkách racionálních a integrálech jim příslušných.

27. Pojem křivky racionálně vyložen na křivce o rovnici $y^2 = ax^2 + bx + c$ . . . . .	40
28. Jiné příklady racionálních křivek . . . . .	41
29. O maximálním bodu počtu dvojných při irreducibilní křivce algebraické . . . . .	43
30. Křivka alg. irreducibilní mající maximální počet bodů dvojných jest křivkou racionální . . . . .	43
31. Některé vyšší singularity . . . . .	45
32. Příklad . . . . .	45
33. Definice rodu algebraické křivky . . . . .	46
34. Abelovy integrály rodu $p$ . Integrály Abelovy rodu nulla lze vyjádřiti integrály z funkcí racionálních . . . . .	47

#### 4. Redukce integrálů hyperelliptických (a elliptických).

35. Integrály $\int \frac{x^r dx}{\sqrt{X}}, \int \frac{dx}{(x - \alpha)^r \sqrt{X}}$ , kde $X$ jest polynom $n$ -tého stupně v $x$ . . . . .	48
35a. Integrály $\int \frac{A dx}{B^\mu \sqrt{X}}$ , kde $A, B, X$ jsou mnohočleny v $x$ . . . . .	50

Odstavec	Strana
215. Methoda Gaussova pro mechanickou kvadraturu . . . . .	346
216.—217. Odvození vzorce Euler-Maclaurinova na základě interpolace parabolické . . . . .	347

## Část třetí.

### Různá použití pojmu určitého integrálu.

#### XII. Užití v geometrii.

##### 1. Délka křivých čar.

218. Definice . . . . .	352
219. Vyjádření analytické za jistých předpokladů o rovnici křivky	352
220. Formule speciální . . . . .	354
221. Příklady 1.—6. . . . .	355
222. Příklad 7. Věta Gravesova . . . . .	358
223. Nutná a postačující podmínka, aby oblouk spojitě křivky byl rektifikace schopný . . . . .	360

##### 2. O počítání plochy rovinné omezené křivou čarou.

224. Velikost plochy vypočtená na základě definice integrální Cauchy-Riemannovy . . . . .	362
225.—226. Jiné výrazy pro velikost plošnou . . . . .	364
227. Význam příslušných křivkových integrálů při křivkách uzavřených se protínajících . . . . .	367
228. Příklady pro počítání velikosti plošné (1.—5.) . . . . .	367
229. Příklad 6. Věta Holditchova . . . . .	372
230. Příklad 7. Plochy omezené paralelními křivkami. Délky oblouků těch křivek . . . . .	374
231.—235. Vyšetřování křivek uzavřených, jimž přísluší velikost plošná . . . . .	377
236. Křivky kvadratury schopné v užším smyslu . . . . .	382

#### XIII. Užití pojmu integrálního ku definici a vyšetřování některých funkcí, zvláště pak gammafunkce.

##### 1. Eulerovy integrály.

237. Definice gammafunkce. Integrál Eulerův 1. druhu . . . . .	383
238. První základní vlastnost gammafunkce. Výpočet gamma-	

Odstavec	Strana
funkce při celistvém argumentu jakož i výpočet $B(p, q)$ , je-li jedno z čísel $p, q$ celé . . . . .	384
239. Základní vlastnosti funkce $B(p, q)$ . . . . .	385
240. Vyjádření gammafunkce limitním výrazem . . . . .	386
241. Vyjádření gammafunkce nekonečným součinem . . . . .	389
242. Vyjádření funkce $B(p, q)$ pomocí gammafunkcí . . . . .	390
243. Odvození předcházejícího výsledku pomocí vět počtu integrál- ního . . . . .	391
244. Rozšíření definice funkce gamma i pro záporné argumenty	393
245. Relace Gaussova . . . . .	394
246. Rozvoje pro numerický výpočet $\log \Gamma(\mu)$ . . . . .	396
247. Integrál Raabeův a jeho užití při gammafunkci . . . . .	399
248.—250. Funkce Binetova. Vyjádření její nekonečnou řadou a omezeným integrálem . . . . .	401
251. Řada Stirlingova . . . . .	407
252. Asymptotický rozvoj vhodný ku výpočtu Eulerovy konstanty	408
253. Asymptotické rozvoje užitečné pro výpočet nekonečných řad $\frac{1}{1^\lambda} + \frac{1}{2^\lambda} + \frac{1}{3^\lambda} + \dots$ . . . . .	409

## 2. Některá užití gammafunkce.

254. Výpočet některých integrálů pomocí gammafunkce . . . . .	410
255. Integrál $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x dx$ . . . . .	411
256. Integrál $\int_0^1 \frac{x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}}{(a+bx)^{\alpha+\beta}} dx$ . . . . .	412
257. Integrály $\int_0^\infty \frac{\cos bx}{x^m} dx, \int_0^\infty \frac{\sin bx}{x^n} dx$ . . . . .	412
258. Výpočet řady hypergeometrické pro $x=1$ . . . . .	413
259. Integrál $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos av \cdot \cos^\beta v \cdot dv$ . . . . .	415

## 3. Logarithmus integrál a jiné funkce definované určitými integrály.

260. Definice $li(e^{-x})$ pro $x > 0$ . . . . .	418
261. Rozvoj funkce $li(e^{-x})$ pro $x > 0$ . . . . .	419
262. Definice $li(e^x)$ pro $x \geq 0$ . . . . .	420

Odstavec	Strana
263. Jiná integrální vyjádření funkcí $li(e^{-x})$ , $li(e^x)$ . . . . .	422
264. Asymptotický rozvoj pro $li(e^{-x})$ při $x > 0$ . . . . .	424
265. Asymptotický rozvoj pro $li(e^x)$ při $x > 0$ . . . . .	425
266. O užití integrállogarithmu v theorii čísel . . . . .	428
267. Jiné funkce definované určitými integrály, jež se během výkladů vyskytly . . . . .	429

## XIV. Řady Fourierovy.

### 1. Elementární theorie řad Fourierových.

268. Řada trigonometrická o periodě $2\pi$ . Řada Fourierova o periodě $2\pi$ příslušná ku funkci $f(x)$ . . . . .	431
269. Předpoklady učiněné pro funkci $f(x)$ , k níž patřící řady Fourierovy budou vyšetřovány . . . . .	433
270. Řady Fourierovy ku funkci sudé resp. liché . . . . .	434
271. Řady Fourierovy s periodou $l$ . . . . .	435
272. Některá kriteria pro stejnoměrnou konvergenci řad trigonometrických . . . . .	436
273.—274. Příklady . . . . .	437
275. Vyšetřování součtu řady Fourierovy v jednom obecném případě . . . . .	440
276. Vyšetřování $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k$ , $\lim_{k \rightarrow \infty} b_k$ , kde $a_k$ , $b_k$ jsou koeficienty řady Fourierovy . . . . .	443
277.—280. Další elementární úvahy o součtu řady Fourierovy v jednoduchých, avšak dosti obecných případech . . . . .	446

### 2. Příklady a různá použití.

281. Rozvoj funkce $e^{\lambda x}$ v řadu Fourierovu . . . . .	451
282. Lineární transformace thetafunkcí . . . . .	454
283. Gaussovy součty . . . . .	455
284. Formule Euler-Maclaurinova . . . . .	458
285. Obecnější tvar formule Euler-Maclaurinovy . . . . .	460

### 3. Integrál Poissonův.

286. Vyjádření součtu řady $\frac{1}{2}a_0 + r(a_1 \cos \alpha + b_1 \sin \alpha) + r^2(a_2 \cos 2\alpha + b_2 \sin 2\alpha) + \dots$ integrálem určitým ( $a_k$ , $b_k$ koeficienty řady Fourierovy) . . . . .	461
287. $\lim_{r \rightarrow 1} \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{1-r^2}{1-2r \cos x + r^2} F(x) dx$ . . . . .	464

Odstavec	Strana
288. Limita integrálu Poissonova při $\lim r = 1$ . . . . .	465
289. Výpočet součtu řady Fourierovy, je-li konvergentní . . . . .	467

#### 4. Vyšetřování konvergence řady Fourierovy.

290. Nutná a postačující podmínka ke konvergenci . . . . .	468
291. O hodnotě integrálu $\int_a^b \frac{\sin kt}{\sin t} dt$ . . . . .	470
292. Různé podmínky pro funkci $f(x)$ postačující ke konvergenci příslušné řady Fourierovy . . . . .	473
293. Podmínka Diniova . . . . .	475
294. Podmínky pro stejnoměrnou konvergenci . . . . .	476
295. O integraci řad Fourierových . . . . .	478
296. Příklad řady trigonometrické, jež není řadou Fourierovou, a vyšetřování příslušné funkce . . . . .	479

#### 5. Methoda arithmetického středu.

297.—298. Sčítání řad nekonečných methodou arithmetického středu . . . . .	481
299. Součet řady Fourierovy na základě metody arithmetického středu . . . . .	483

#### 6. Některá obecná použití řad Fourierových.

300. Věta Weierstrassova o vyjádření funkcí spojitých pomocí polynomů . . . . .	485
301.—302. Fourierův integrál . . . . .	487
303.—304. O funkcích harmonických . . . . .	491

## Část čtvrtá.

### Integrály množné (integrály z funkcí o několika proměnných).

#### XV. Integrály dvojné (integrály z funkcí o dvou proměnných).

##### 1. Definice a základní vlastnosti.

305. Obory dvojrozměrné . . . . .	496
306. Rozměry oboru dvojrozměrného . . . . .	497

Odstavec	Strana
307.—311. Horní a dolní součty. Jich dolní a horní hranice. Základní věty . . . . .	497
312. Definice integrálu dvojného . . . . .	501
313. O funkcích integrace schopných . . . . .	503
314. Věta o střední hodnotě . . . . .	504
315.—317. O výpočtu integrálů dvojných pomocí dvojnásobné integrace (integrálů dvojnásobných) . . . . .	505

### 2. *Zavádění nových proměnných integračních do dvojných integrálů.*

318.—320. Prvý způsob odvození . . . . .	509
321. Druhý způsob odvození . . . . .	514
322. Příklady. Polární souřadnice . . . . .	517
323. Zevšeobecnění substituce polárních souřadnic . . . . .	520
324. Transformace inverzní . . . . .	521
325. Souřadnice eliptické . . . . .	522

### 3. *Geometrická použití dvojných integrálů.*

326. Krychlový obsah tělesa . . . . .	523
327.—328. Jiné formule pro krychlový obsah . . . . .	526
329. Příklady . . . . .	528
330. Krychlový obsah tělesa omezeného plochou rotační a dvěma rovinami kolnými k ose rotační . . . . .	531
331. Povrch křivé plochy . . . . .	532
332. Další vzorce pro povrch křivé plochy . . . . .	535
333. Povrch rotační plochy. Vivianův problém . . . . .	536
334. Povrch sférického trojúhelníka . . . . .	537
335. Povrch elipsoidu . . . . .	539
336.—338. Odvození vzorce pro velikost povrchu plochy na základě jiné definice . . . . .	543

## XVI. **Různá rozšíření pojmu dvojného integrálu (integrály nevlastní, plošné). Integrály trojné a vícerozměrné.**

### 1. *Integrály nevlastní.*

339.—343. Funkce jest nekonečná toliko v okolí jediného bodu . . . . .	549
344. Funkce jest nekonečná toliko v bodech čáry o rovnici $y = q(x)$ . . . . .	557
345. Příklady . . . . .	558
346.—347. Obor integrační jest nekonečný . . . . .	564
348. Příklady . . . . .	567

2. *Integrály plošné.*

Odstavec	Strana
349.—351. Definice . . . . .	570
352.—353. Vyjádření integrálů plošných, je-li rovnice plochy dána parametricky . . . . .	574
354. Jiné vyjádření integrálů plošných . . . . .	577
355. Důsledky . . . . .	578
356. O zavádění nových proměnných do plošných integrálů . . . . .	579
357. O podmínce nutné, aby integrál plošný dle libovolné uzavřené plochy byl roven nulle . . . . .	381
358. O řešení soustavy rovnic $\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} = F, \quad \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial r} = G,$ $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} = H$ . . . . .	583
359. Formule Stokesova . . . . .	584
360. Podmínka postačující . . . . .	586
361. Příklady . . . . .	587
362. Věta o střední hodnotě plošných integrálů . . . . .	589
363. Krychlový obsah tělesa . . . . .	590
364. Některé důsledky . . . . .	592

3. *Integrály trojné.*

365.—366. Horní a dolní součty . . . . .	594
367. Definice integrálu trojného . . . . .	596
368. Základní věty . . . . .	597
369.—371. O výpočtu trojných integrálů . . . . .	598
372. O integraci dvojných integrálů dle parametru . . . . .	605
373. Spojitost funkce definované dvojným integrálem závisícím na parametru . . . . .	606
374. Derivace integrálu dvojného dle parametru . . . . .	606
375.—376. Formule Greenovy . . . . .	607
377. Transformace trojných integrálů. První způsob . . . . .	611
378. Druhý způsob . . . . .	613
379. Příklady . . . . .	616
380. Integrály trojné nevlastní . . . . .	620

4. *Integrály  $\mu$ -rozměrné (množné) na podkladě integrálů mnoho-  
násobných.*

381. Obory $\mu$ -rozměrné . . . . .	624
382.—383. Integrály $\mu$ -násobné . . . . .	625



## XXIV

Odstavec	Strana
384. Obsah oboru $W_\mu$ . . . . .	627
385. Věta o střední hodnotě mnohonásobných integrálů . . . . .	629
386. Rozšíření pojmu integrálů $\mu$ -násobných . . . . .	630
387. Převod integrálů $\mu$ -násobných na integrály $\mu$ -rozměrné . . . . .	632
388. Poznámky o rozšíření výsledků i pro funkce, jež nejsou spojité v oboru $W_\mu$ , a o zavádění nových proměnných integračních	634
_____	
Opravy . . . . .	637
_____	

36. Redukce integrálů hyperelliptických a elliptických na základní tvary integrálů prvního, druhého a třetího druhu . . . 52

#### 5. *Integrály elliptické.*

37. Integrály elliptické lze reálnými substitucemi převést na integrály elliptické, kde polynom pod odmocninou jest třetího stupně  $s$  reálnými kořeny . . . . . 53
38. Poznámka. Příklady . . . . . 56
39. Kanonický tvar Weierstrassův . . . . . 58
40. Kanonický tvar Legendrův . . . . . 59
41. Poznámka. Tabulka usnadňující převod na kanonický tvar Legendrův . . . . . 62

#### 6. *Abelovy integrály rodu 1.*

42. Převod křivek rodu 1 na křivku stupně třetího birraciálnou transformací . . . . . 63
43. Vyjádření integrálů Abelových rodu 1 integrály elliptickými 66
44. Příklad (Integrál Abelův patříci ku křivce  $y^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ) . . . . . 67
45. Poznámka. Integrály Abelovy rodu vyššího než 1 lze v případech zvláštních převést na elliptické integrály . . . . 68

### IV. **Integrály z některých funkcí transcendentních.**

46. Integrály z funkcí tvaru  $R(\cos x, \sin x)$  . . . . . 69
47. Příklad . . . . . 70
48. Zvláštní případy . . . . . 71
49. Integrály tvaru  $\int \sin^p x \cos^q x dx$  . . . . . 72
50. Integrály tvaru  $\int R(e^x) dx, \int R(e^{ax}) dx$  . . . . . 73
51. Integrály z polynomu  $P(x, e^{\alpha x}, e^{\beta x}, \dots, \sin ax, \dots)$  . . . . 74
52. Integrály  $\int R(x) \log x dx$ . Funkce  $\int \frac{\log x \cdot dx}{x-1}$  . . . . 75
53. Logarithmus integrál . . . . . 77

### V. **Přechod od integrálů neurčitých k určitým.**

#### 1. *Obecné vývody.*

54. Definice . . . . . 78
55. Geometrický význam určitého integrálu . . . . . 80

Odstavec	Strana
56. Derivace integrálu určitého dle mezí . . . . .	82
57. Základní věty o integrálu určitém . . . . .	83
58.—59. Věta o střední hodnotě určitého integrálu . . . . .	83
60. Vyjádření určitého integrálu z funkce spojitě limitou jistého součtu . . . . .	85
61. Rozšíření pojmu určitého integrálu . . . . .	86
62. Význam symbolu $\int_a^{\infty} f(x) dx$ . . . . .	88
63. Poznámky o počítání integrálů určitých . . . . .	90

*2. Výpočet některých určitých integrálů na základě příslušných primitivních funkcí.*

64. Výpočet integrálu $\int_0^{\infty} e^{-ax} x^n dx$ ( $n$ celé) . . . . .	91
65. Výpočet integrálů $\int_0^{\infty} \frac{dt}{(t^2 + 1)^{\sigma}}$ , $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ . . . . .	91
66. Výpočet integrálu $\int_a^b (x - a)^m (x - b)^n dx$ . . . . .	92
67. Výpočet některých integrálů z funkcí iracionálních . . . . .	92
68. Integrál $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x \cdot dx$ . Wallisova formule . . . . .	94
69. Integrál $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$ . . . . .	96
70. Integrál $\int_0^{\pi} \frac{(1 - r^2) dx}{1 + 2r \cos x + r^2}$ a s ním souvisící integrály . . . . .	97
70a. Integrál $\int_0^{\pi} \frac{dx}{a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x}$ . . . . .	98
70b. Integrály $\int_0^{\infty} \frac{\xi^{a-1}}{\xi^2 + 2\xi \cos \varphi + 1} d\xi$ , $\int_0^{\infty} \frac{x^{b-1} dx}{x + 1}$ . . . . .	98

## Část druhá.

Integrál určitý na základě definice součtové  
(Cauchy-Riemannovy).

## VI. Definice a základní vlastnosti určitého integrálu.

Odstavec		Strana
	1. <i>Horní a dolní hranice.</i>	
71.	Definice a fundamentální věty o horní a dolní hranici . . .	101
	2. <i>Definice integrálu omezeného.</i>	
72.	Součty $S$ a $s$ a čísla $\Sigma$ , $\sigma$ jimi stanovená . . . . .	102
73.	Čísla $\Sigma$ a $\sigma$ jakožto limity součtů $S$ a $s$ . . . . .	104
74.	Definice určitého integrálu z funkce $f(x)$ v intervalu $(a, b)$	105
75.	Příklad . . . . .	108
	3. <i>O funkcích integrace schopných.</i>	
76.	Některé obecné skupiny funkcí integrace schopných . . .	109
77.	Součet, součin, podíl, absolutní hodnota funkcí integrace schopných jsou integrace schopny . . . . .	110
	4. <i>Základní vlastnosti omezeného integrálu.</i>	
78.—79.	. . . . .	113
80.	Věta o střední hodnotě . . . . .	114
81.	Integrál jest spojitou funkcí horní i dolní meze . . . . .	116
82.—83.	Souvislost integrálu na základě definice Cauchy-Rie- mannovy s primitivní funkcí . . . . .	117
84.	Poznámka . . . . .	120
85.	Integrace částečná . . . . .	121
86.	Rozšíření věty o integraci částečné . . . . .	122
87.	Druhá věta o střední hodnotě (důkaz její ve speciálním pří- padě) . . . . .	124
88.	Pomocná věta Abelova . . . . .	125
89.	Důkaz věty druhé o střední hodnotě pomocí Abelovy věty .	125
90.	O zavedení nové proměnné do omezeného integrálu . . . . .	128

5. *Některá použití věty o střední hodnotě a rovnice pro částečnou integraci.*

Odstavec	Strana
91. Odvození rovnice Taylorovy . . . . .	132
92.—93. O vzorci Euler-Maclaurinově . . . . .	133
94. Některé další vlastnosti funkcí a čísel Bernoulliských . .	136
95.—97. Polynomy Legendrovy . . . . .	139
98. Důkaz, že číslo $e$ jest číslem transcendentním . . . . .	143

6. *O funkcích s variací konečnou.*

99. Definice . . . . .	146
100. Vyjádření pomocí funkcí neklesajících . . . . .	147
101. Funkce spojitě a zároveň s variací konečnou . . . . .	148
102. Integrál určitý jest funkce s variací konečnou své horní meze	150
103. Diskontinuity možné u funkcí s variací konečnou . . . . .	151
104. Další vyšetřování funkcí spojitých a s variací konečnou . .	152

**VII. Rozšíření pojmu omezeného integrálu  
(Integrály nevlastní).**

1. <i>Funkce integrovaná jest v intervalu integračním nekonečnou, po případě neurčitou.</i>	
105.—106. Definice integrálu nevlastního v případě, že funkce stává se nekonečnou pro horní mez . . . . .	153
107. Konvergence absolutní. Některé podmínky pro absolutní konvergenci . . . . .	155
108. Příklady . . . . .	159
109.—110. Funkce stává se nekonečnou, resp. neurčitou pro konečný počet hodnot intervalu integračního . . . . .	161

2. *Rozšíření pojmu integrálního pro nekonečný interval.*

111. Definice. Absolutní konvergence . . . . .	163
112. Různá kriteria absolutní konvergence . . . . .	164
113. Příklady . . . . .	166
114. Význam symbolů $\int_{-\infty}^b f(x) dx$ , $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ . . . . .	167
115. Význam pojmenování »integrál nevlastní« . . . . .	168

## 3. Základní vlastnosti integrálů nevládních.

Odstavec	Strana
116. . . . .	168

## 4. Zavádění nových proměnných se zřetelem ku integrálům nevládním.

117. Obecný výklad . . . . .	171
118. Příklady . . . . .	173
119. Integrál Laplaceův . . . . .	178

## 5. Některá užití integrálů nevládních a t. zv. hlavní hodnoty.

120. Integrály Frullaniovy . . . . .	180
121. Kriterium pro konvergenci řad nekonečných . . . . .	182
122. Hlavní hodnota . . . . .	185

## VIII. Integrály ze součtů nekonečných řad a z funkcí závislých na parametru.

## 1. Integrace nekonečných řad.

123. Stejněměrná konvergence nekonečných řad . . . . .	188
124. Řady stejněměrně konvergentní jsou funkce spojitě a integrace schopné . . . . .	190
125.—126. Integrace řad stejněměrně konvergentních . . . . .	190
127. Příklady . . . . .	193
128. Rozšíření výsledků pro nekonečný interval . . . . .	195
129. Užití vět pro integraci řad na výpočet určitých integrálů . . . . .	197

## 2. Integrály z funkcí závislých na parametru. Vyšetřování, zda funkce těmito integrály definované jsou spojitě funkce parametru.

130.—131. Postačující podmínky, aby integrál byl spojitou funkcí parametru v jistém bodě. Příklady . . . . .	201
132. Postačující podmínky, aby integrál byl spojitou funkcí parametru v jistém intervalu . . . . .	206
133.—136. Rozšíření těchto výsledků zejména v případě, že funkce integrovaná stává se nekonečnou . . . . .	208
137. Kriterium pro stejněměrnou konvergenci integrálů k nulle	212
138. Další rozšíření . . . . .	214
139. Rozšíření pro nekonečný interval integrační . . . . .	215

## 3. Derivace integrálů dle parametru.

Odstavec	Strana
140.—141. Postačující podmínky pro existenci derivace . . . . .	217
142. Derivace integrálu dle parametru, závisí-li též meze integrálu na parametru . . . . .	220

## 4. Užití vět o spojitosti a derivaci integrálů závislých na parametru k výpočtu integrálů.

143. Integrál $\int_0^{\pi} \log(1 + 2r \cos x + r^2) dx$ . . . . .	222
144. Integrál $\int_0^{\infty} \frac{x^{b-1} dx}{(a+x)^{k+1}}$ . . . . .	223
145. Integrál $\int_0^{\infty} e^{-Ax^2} \cos bx dx$ . . . . .	224
146. Integrál $\int_0^{\infty} e^{-ax} \frac{\sin x}{x} dx$ . . . . .	225
147. Integrál $\int_0^{\infty} \frac{\sin bx}{x} dx$ . . . . .	227
148. Integrály $\int_0^{\infty} \frac{\cos bx}{a^2 + x^2} dx$ , $\int_0^{\infty} \frac{x \sin bx}{a^2 + x^2} dx$ . . . . .	230
149. Integrály $\int_0^{\infty} \sin\left(x^2 \pm \frac{\beta^2}{x^2}\right) dx$ , $\int_0^{\infty} \cos\left(x^2 \pm \frac{\beta^2}{x^2}\right) dx$ . . . . .	233

## IX. Integrály dvojnásobné.

## 1. Funkce v oboru integračním konečné.

150. Definice dvojnásobného integrálu . . . . .	237
151. Stejněměrná konvergence součtových výrazů ku hodnotě integrálu . . . . .	238
152. Příklady funkcí, při nichž součet ( $A$ ) stejněměrně konverguje . . . . .	239
153. O záměnnosti pořadu integračního . . . . .	241
154.—157. Rozšíření pojmu dvojnásobného integrálu . . . . .	244

2. *Funkce v oboru integračním nekonečné a jiná rozšíření pojmu dvojnásobného integrálu.*

Odstavec	Strana
158. Objasnění úkolu. Příklady . . . . .	247
159. Gaussův důkaz fundamentální věty algebry . . . . .	249
160.—161. Funkce stává se nekonečnou v jednom bodě . . . . .	252
162.—163. Funkce stává se nekonečnou v bodech čáry . . . . .	255
164.—165. O záměnnosti pořadí integračního, jestliže jeden nebo oba intervaly integrační stávají se nekonečnými . . . . .	257

3. *Příklady pro výpočet omezených integrálů záměnou pořadu integračního.*

166. Integrál $\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} (\cos b_1 x - \cos b_2 x)}{x^2} dx$ . . . . .	264
167. Integrál Laplaceův . . . . .	265
168. Integrály Fresnelovy . . . . .	267
169. Integrál $\int_0^{\infty} \frac{\cos y}{a^2 + y^2} dy$ . . . . .	270

## X. Křivkové integrály a úplné diferenciály.

170.—171. Definice a základní věty . . . . .	271
172. Integrály dle uzavřených křivek . . . . .	276
173. Integrály dle hranice oboru $\Omega$ . . . . .	277
174. Rovnice Greenova pro dvě proměnné . . . . .	279
175. Cauchyova integrální věta. Úplné diferenciály . . . . .	280
176. Výpočet funkcí z daných úplných diferenciálů . . . . .	283
177. Křivkové integrály při třech a více proměnných . . . . .	286
178. Úplné diferenciály při třech proměnných . . . . .	288

## XI. 0 výpočtu určitých integrálů.

### 1. Přehled hlavních method.

179. Přehled různých cest ku výpočtu integrálů . . . . .	292
180. Příklad ku výpočtu methodou rozkladu . . . . .	293



## 2. Výpočet určitých integrálů řadami.

Odstavec	Strana
181. Použití rozvoje Taylorova . . . . .	295
182. Výpočet $\int_0^a e^{-x^2} dx$ . . . . .	297
183. Odvození asymptotického rozvoje pro předložený integrál . . . . .	298
184. Výpočet integrálů pomocí formule Euler-Maclaurinovy . . . . .	300
185. Číselný příklad . . . . .	301

## 3. Výpočet integrálů elliptických.

186. Výpočet elliptických integrálů prvního druhu řadami . . . . .	302
187.—188. Příklad, že modul jest blízký jedné . . . . .	303
189. Asymptotické vyjádření úplného ell. integrálu 1. dr. pro případ, že modul jest blízký 1. . . . .	305
190. Výpočet elliptických integrálů 2. druhu řadami . . . . .	306
191.—192. Landenova transformace pro integrály elliptické prvního druhu . . . . .	307
193. Střed arithmeticko-geometrický . . . . .	309
194.—198. Užití středu arithmeticko-geometrického k výpočtu elliptických integrálů 1. druhu . . . . .	311
199.—200. Užití Landenovy transformace a středu arithmeticko-geometrického k výpočtu elliptických integrálů 2. druhu . . . . .	315
201. Legendreova relace . . . . .	320
202. Příklady číselné . . . . .	321
203. Historické poznámky . . . . .	322
204. Legendreovy rozvoje pro úplné elliptické integrály 1. druhu . . . . .	323

## 4. O mechanické kvadratuře.

205. Výklad pojmu mechanické kvadratury . . . . .	327
206. Methoda lichoběžníková . . . . .	327
207. Formule Simpsonova . . . . .	329
208. Interpolace parabolická. Lagrangeův mnohočlen . . . . .	331
209. Methoda Cotesova . . . . .	333
210.—211. Druhá methoda založená na interpolaci parabolické . . . . .	335
212. Formule Simpsonova a příslušný zbytek . . . . .	341
213. Interpolace parabolická, jsou-li dány hodnoty funkce a hodnoty prvé derivace v $r$ bodech . . . . .	343
214. Výpočet integrálu z funkce, je-li dáno $r$ hodnot funkčních jakož i $r$ hodnot derivace první v těchž bodech . . . . .	345