

Obsah

Předmluva	3
Obsah	4
Úvod	12
Přehled řešených příkladů v této knize	12
1. Úvod do teorie přímých nosníků na pružném podkladu a definice základních pojmů	24
1.1 Úvod do problematiky	24
1.2 Pojem pružného podkladu podle Winklera	25
1.3 Stanovení modulu stlačitelnosti podloží	29
1.4 Další typy podkladů	31
1.5 Definice zavedení a značení orientovaných úseků nosníku	33
Příklad 1.1	33
2. Sestavení diferenciálních rovnic přímých nosníků uložených na pružném podkladu a namáhaných rovinným ohybem	36
2.1 Podmínka rovinného ohybu	36
2.2 Základní vztahy pro odvození diferenciální rovnice nosníku uloženého na podkladu bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení	36
2.3 Diferenciální rovnice staticky zatíženého nosníku na pružném (Winklerově) podkladu bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení	41
2.4 Diferenciální rovnice staticky zatíženého nosníku uloženého na Pasternakově podkladu bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení	42
2.5 Diferenciální rovnice staticky zatíženého nosníku na obecném typu podkladu bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení	42
2.6 Vliv posouvajících sil na průhyb nosníku uloženého na obecném typu podkladu	43
2.7 Vliv normálových sil na průhyb nosníku uloženého na obecném typu podkladu	43
2.8 Obecný postup sestavení diferenciální rovnice staticky zatížených nosníků s respektováním vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení pro nosníky uložené na obecných typech podkladu	44
2.9 Přehled možných typů diferenciálních rovnic staticky zatížených nosníků na pružném podkladu s respektováním vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil	45
2.10 Diferenciální rovnice nosníků na pružném podkladu uložených na jednosměrném Winklerově podloží	46
2.11 Diferenciální rovnice nosníků na pružném podkladu s respektováním vlivu dynamických účinků	47
2.12 Diferenciální rovnice nosníků částečně ponořených v kapalině	48

3. Obecné řešení diferenciálních rovnic přímých staticky zatížených nosníků uložených na pružném podkladu v podmínkách rovinného ohybu	49
3.1 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	49
3.2 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitého zatížení (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	52
3.3 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitě rozloženého momentu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	56
3.4 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitého zatížení a spojitě rozloženého momentu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	58
3.5 Některé další možné postupy řešení (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	58
3.6 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil (bez uvažování vlivu posouvajících sil a oteplení)	60
3.7 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil (bez uvažování vlivu posouvajících sil a oteplení)	62
3.8 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu oteplení (bez uvažování vlivu normálových sil a posouvajících sil)	62
3.9 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu oteplení (bez uvažování vlivu normálových sil a posouvajících sil)	63
3.10 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil a oteplení (bez uvažování vlivu a posouvajících sil)	66
3.11 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil a oteplení (bez uvažování vlivu posouvajících sil)	67
3.12 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil	68
3.13 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil	69
3.14 Řešení diferenciálních rovnic nosníku částečně ponořeného v kapalině	70
4. Základní vztahy pro výpočty napětí, deformací a deformační energie při rovinném ohybu	72
4.1 Pojem napětí a poměrných deformací	72
4.2 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem ohybových momentů	72
4.3 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem normálových sil	75
4.4 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem posouvající síly	75
4.5 Výpočet deformací a napětí při kombinovaném zatížení ohybovými momenty a normálovými silami	76

3. Obecné řešení diferenciálních rovnic přímých staticky zatížených nosníků uložených na pružném podkladu v podmínkách rovinného ohybu	49
3.1 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	49
3.2 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitého zatížení (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	52
3.3 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitě rozloženého momentu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	56
3.4 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu v případech působení spojitého zatížení a spojitě rozloženého momentu (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	58
3.5 Některé další možné postupy řešení (bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	58
3.6 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil (bez uvažování vlivu posouvajících sil a oteplení)	60
3.7 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil (bez uvažování vlivu posouvajících sil a oteplení)	62
3.8 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu oteplení (bez uvažování vlivu normálových sil a posouvajících sil)	62
3.9 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu oteplení (bez uvažování vlivu normálových sil a posouvajících sil)	63
3.10 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil a oteplení (bez uvažování vlivu a posouvajících sil)	66
3.11 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil a oteplení (bez uvažování vlivu posouvajících sil)	67
3.12 Řešení homogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil	68
3.13 Řešení nehomogenní diferenciální rovnice nosníku uloženého na pružném podkladu při respektování vlivu normálových sil, oteplení a posouvajících sil	69
3.14 Řešení diferenciálních rovnic nosníku částečně ponořeného v kapalině	70
4. Základní vztahy pro výpočty napětí, deformací a deformační energie při rovinném ohybu	72
4.1 Pojem napětí a poměrných deformací	72
4.2 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem ohybových momentů	72
4.3 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem normálových sil	75
4.4 Výpočet deformací a napětí způsobených vlivem posouvající síly	75
4.5 Výpočet deformací a napětí při kombinovaném zatížení ohybovými momenty a normálovými silami	76

4.6	Podmínka pevnosti při jednoduchém nebo kombinovaném zatěžování ohybovými momenty, normálovými silami a posouvajícími silami	76
4.7	Stanovení potenciální energie napjatosti přímých nosníků při rovinném ohybu	77
5.	Přímé staticky zatížené nosníky nekonečné délky uložené po celé délce na pružném podkladu (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	79
5.1	Přímé nekonečné nosníky na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	79
	Příklad 5.1	79
5.2	Základní případy řešení nekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou zatížené osamělými silami a momenty	81
	Příklad 5.2	81
	Příklad 5.3	85
	Příklad 5.4	89
	Příklad 5.5	90
5.3	Základní případy řešení nekonečných nosníků na pružném podkladu na které působí spojitě zatížení	92
	Příklad 5.6	92
	Příklad 5.7	99
	Příklad 5.8	102
	Příklad 5.9	102
5.4	Řešení nekonečných nosníků se spojitým zatížením s využitím nehomogenních diferenciálních rovnic	105
	Příklad 5.10	105
	Příklad 5.11	107
5.5	Využití principu superpozice při řešení nekonečných nosníků	110
	Příklad 5.12	110
	Příklad 5.13	114
	Příklad 5.14	115
5.6	Řešení nekonečných nosníků zatížených spojitě rozloženým momentem	117
	Příklad 5.15	117
	Příklad 5.16	119
5.7	Další případy výpočtu nekonečných nosníků uložených po celé délce na pružném podkladu	124
	Příklad 5.17	124
	Příklad 5.18	126
	Příklad 5.19	127
	Příklad 5.20	127
	Příklad 5.21	129
	Příklad 5.22	130
	Příklad 5.23	133
	Příklad 5.24	136
	Příklad 5.25	137

6. Přímé staticky zatížené nosníky polonekonečné délky uložené po celé délce na pružném podkladu (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	138
6.1 Polonekonečné nosníky na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	138
6.2 Základní případy řešení polonekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou zatížené osamělými silami a momenty	138
Příklad 6.1	138
Příklad 6.2	140
Příklad 6.3	142
Příklad 6.4	144
6.3 Základní případy řešení polonekonečných nosníků na pružném podkladu na které působí spojitě zatížení	146
Příklad 6.5	147
Příklad 6.6	148
Příklad 6.7	149
Příklad 6.8	152
Příklad 6.9	153
6.4 Výpočet polonekonečných nosníků pomocí známých řešení nekonečných nosníků	155
Příklad 6.10	161
Příklad 6.11	162
Příklad 6.12	165
Příklad 6.13	167
Příklad 6.14	169
6.5 Další případy výpočtu polonekonečných nosníků uložených po celé délce na pružném podkladu	171
Příklad 6.15	171
Příklad 6.16	174
Příklad 6.17	181
Příklad 6.18	182
7. Přímé staticky zatížené nekonečné nosníky podložené jen z části (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	184
7.1 Nekonečné nosníky částečně podložené na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	184
7.2 Základní případy řešení	186
Příklad 7.1	186
7.3 Složitější případy řešení	190
Příklad 7.2	190
7.4 Další případy výpočtu nekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou částečně podložené	198
Příklad 7.3	198
Příklad 7.4	200
7.5 Další možné postupy řešení a aplikace	204

8. Přímé staticky zatížené polonekonečné nosníky podložené jen z části (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	205
8.1 Polonekonečné nosníky částečně podložené na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	205
8.2 Základní případy řešení	206
Příklad 8.1	206
Příklad 8.2	208
Příklad 8.3	211
Příklad 8.4	212
8.3 Další případy výpočtu polonekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou částečně podložené	215
Příklad 8.5	215
Příklad 8.6	218
Příklad 8.7	220
8.4 Další možné postupy řešení a aplikace	222
9. Přímé staticky zatížené nosníky konečné délky uložené po celé délce na pružném podkladu (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	223
9.1 Nosníky konečné délky uložené na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	223
9.2 Základní případy řešení nosníků konečné délky uložených na pružném podkladu, které jsou zatíženy osamělými silami a momenty	224
Příklad 9.1	224
Příklad 9.2	228
Příklad 9.3	231
Příklad 9.4	235
Příklad 9.5	236
9.3 Základní případy řešení nosníků konečné délky uložených na pružném podkladu, které jsou zatíženy spojitým zatížením a spojitě rozloženým momentem	237
Příklad 9.6	237
Příklad 9.7	238
Příklad 9.8	238
Příklad 9.9	239
Příklad 9.10	242
9.4 Výpočet nosníků konečné délky pomocí známých řešení nekonečných nosníků	243
Příklad 9.11	262
Příklad 9.12	265
Příklad 9.13	267
9.5 Další případy výpočtu nosníků konečné délky uložených na pružném podkladu	271
Příklad 9.14	271
Příklad 9.15	274
Příklad 9.16	276
Příklad 9.17	279

Příklad 9.18	283
Příklad 9.19	285
Příklad 9.20	286
Příklad 9.21	287
Příklad 9.22	288
Příklad 9.23	289
Příklad 9.24	290
Příklad 9.25	291
9.6 Další možné postupy řešení a aplikace	295
10. Přímé staticky zatížené nosníky konečné délky podložené jen z části (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	296
10.1 Nosníky konečné délky částečně podložené na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	296
10.2 Základní případy řešení	297
Příklad 10.1	297
Příklad 10.2	299
Příklad 10.3	300
10.3 Složitější případy řešení	305
Příklad 10.4	305
Příklad 10.5	307
10.4 Další možné postupy řešení a aplikace	309
Příklad 10.6	309
Příklad 10.7	311
11. Vliv tahové normálové síly na staticky zatížené přímé nosníky nekonečné a polonekonečné délky, které jsou uloženy po celé délce na pružném podkladu (řešení bez uvažování přídavného vlivu posouvajících sil a oteplení)	303
11.1 Nosníky na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou – jejich základní vlastnosti	303
11.2 Základní případy řešení nekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou	307
Příklad 11.1	307
Příklad 11.2	308
Příklad 11.3	312
Příklad 11.4	314
Příklad 11.5	318
Příklad 11.6	321
Příklad 11.7	322
11.3 Základní případy řešení nekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou	323
Příklad 11.8	323
Příklad 11.9	327
11.4 Výpočet polonekonečných nosníků pomocí známých řešení nekonečných nosníků (aplikace s přídavným účinkem normálové síly)	328

Příklad 11.10	336
11.5 Další případy výpočtu nosníků nekonečné a polonekonečné délky uložených na pružném podkladu (aplikace s přidavným účinkem normálové síly)	343
Příklad 11.11	343
Příklad 11.12	344
11.6 Další možné postupy řešení a aplikace	358
12. Vliv tahové normálové síly na přímé staticky zatížené nosníky nekonečné a polonekonečné délky, které jsou podloženy je z části (řešení bez uvažování přidavného vlivu posouvajících sil a oteplení)	359
12.1 Nekonečné a polonekonečné nosníky částečně uložené na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou - jejich základní vlastnosti	359
12.2 Základní případy řešení polonekonečných nosníků částečně podložených	362
Příklad 12.1	362
Příklad 12.2	367
Příklad 12.3	373
12.3 Základní případy řešení nekonečných nosníků částečně podložených	374
Příklad 12.4	374
Příklad 12.5	378
12.4 Další případy výpočtu polonekonečných a nekonečných nosníků na pružném podkladu, které jsou částečně podloženy	379
Příklad 12.6	379
Příklad 12.7	386
12.5 Nosník podložený po celé délce jako limitní případ částečně podloženého nosníku.	390
Příklad 12.8	390
Příklad 12.9	394
12.6 Další možné postupy řešení a aplikace	397
13. Vliv tahové normálové síly na staticky zatížené přímé nosníky konečné délky, které jsou uloženy po celé délce na pružném podkladu (řešení bez uvažování přidavného vlivu posouvajících sil a oteplení)	398
13.1 Základní vlastnosti nosníků konečné délky na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou	398
13.2 Základní případy řešení nosníků konečné délky na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou	399
Příklad 13.1	399
Příklad 13.2	400
13.3 Základní případy řešení nosníků konečné délky na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou a spojitým zatížením	401
Příklad 13.3	402
13.4 Výpočet nosníků konečné délky pomocí známých řešení polonekonečných nosníků (aplikace s přidavným účinkem tahové normálové síly)	402
Příklad 13.4	414
13.5 Další případy výpočtu nosníků konečné délky na pružném podkladu, které jsou zatíženy tahovou normálovou silou	419

Příklad 13.5	419
Příklad 13.6	420
Příklad 13.7	421
13.6 Další možné postupy řešení a aplikace	421
14. Vliv tahové normálové síly na přímé staticky zatížené nosníky konečné délky, které jsou podloženy jen z části (řešení bez uvažování přídavného vlivu posouvajících sil a oteplení)	422
14.1 Nosníky konečné délky částečně uložené na pružném podkladu a jejich základní vlastnosti	422
14.2 Základní případy řešení částečně podložených nosníků konečné délky	423
Příklad 14.1	423
14.3 Další možné postupy řešení a aplikace	427
15. Využití teorie řad při řešení přímých staticky zatížených nosníků uložených na pružném podkladu (řešení bez uvažování vlivu normálových sil, posouvajících sil a oteplení)	428
15.1 Matematické řady	428
15.2 Řešení nosníků na pružném podkladu pomocí mocninných řad - primitivním způsobem	428
Příklad 15.1	431
Příklad 15.2	433
15.3 Řešení nosníků na pružném podkladu pomocí mocninných řad s využitím principu virtuálního posunutí	437
Příklad 15.3	437
15.4 Další možné postupy a řešení při aplikaci teorie řad	443
16. Řešení přímých nosníků na pružném podkladu pomocí metody konečných prvků	444
16.1 Teoretický úvod k metodě konečných prvků	444
16.2 Řešení metodou konečných prvků pomocí software ANSYS	445
Příklad 16.1	447
16.3 Řešení metodou konečných prvků pomocí software MSC.MARC/MENTAT	450
Přílohy	452
Příloha č.1 (Řešení příkladu 7.2 pomocí programu Matcad)	452
Příloha č.2 (Řešení příkladu 9.14 pomocí programu Matlab)	456
Příloha č.3 (Řešení příkladu 16.1 pomocí metody konečných prvků programem ANSYS)	459
Literatura	461