

Obsah

1	Všemocná úměra aneb lineární algebra poprvé	1
1.1	Lineární rovnice	1
1.1.1	Kde všude se setkáme s úměrou — příklady linearity	1
1.1.2	Soustavy lineárních rovnic a jejich rychlé řešení	6
1.1.3	Přímky a roviny — lineární geometrické útvary	12
1.1.4	Cvičení	15
1.2	Počítání s čísly	17
1.2.1	Reálná čísla	17
1.2.2	Komplexní čísla	18
1.2.3	Cvičení	22
1.3	Počítání s maticemi	23
1.3.1	Základní operace s maticemi a hodnost matic	23
1.3.2	Hodnost matic ještě jinak	25
1.3.3	Násobení matic	27
1.3.4	Čtvercové matice	29
1.3.5	Cvičení	32
1.4	Počítání s vektory	34
1.4.1	Vektory a jejich vyjádření v bázích	34
1.4.2	Vektory jako geometrické objekty	38
1.4.3	Součiny vektorů	40
1.4.4	Vektory v ortonormálních bázích	47
1.4.5	Cvičení	50
2	Závislosti na každém kroku aneb funkce jedné proměnné	53
2.1	Funkce a její graf	53
2.1.1	Způsoby zadání funkce	54
2.1.2	Počítání s funkcemi	57
2.1.3	Skládání a inverze funkcí	59
2.1.4	„Zvěřinec“ funkcí	63
2.1.5	Limity všeho druhu	65

2.1.6	Seznámení s posloupnostmi a řadami	82
2.1.7	Spojité funkce	89
2.1.8	Elementární funkce	90
2.1.9	Cvičení	105
2.2	Derivace — rychlost změny funkce	107
2.2.1	Hledáme tečny	107
2.2.2	Graf funkce snadno a rychle	120
2.2.3	Spokojíme se i s přibližnou hodnotou — diferenciál funkce	127
2.2.4	Poznáváme funkci z její derivace — neurčitý integrál	137
2.2.5	Zpět k logaritmu a exponenciále	146
2.2.6	Rozmanité pohyby	151
2.2.7	Od zrychlení k trajektorii	159
2.2.8	Cvičení	160
2.3	Integrovaní — „sčítání“ mnoha malých příspěvků	162
2.3.1	Plocha pod grafem dlážděná proužky	163
2.3.2	Souvisí určitý integrál s neurčitým?	168
2.3.3	K čemu lze použít integrál — o rovinných útvarech	174
2.3.4	K čemu lze použít integrál — o rotačních tělesech	180
2.3.5	Křivkový integrál prvního druhu	189
2.3.6	K čemu lze použít integrál — oblouky	192
2.3.7	K čemu lze použít integrál — o rotačních površích	194
2.3.8	Cvičení	197
3	I náhoda má své zákonitosti aneb počet pravděpodobnosti	199
3.1	Pravděpodobnost	199
3.1.1	Co se pravdě podobá — definice pravděpodobnosti	200
3.1.2	Cifry, kostky, karty — kombinatorické opakování	201
3.1.3	Sčítání a násobení — základní počty s pravděpodobnostmi	211
3.1.4	Pravděpodobnější, než bychom čekali — podmíněná pravděpodobnost	216
3.1.5	Cvičení	223
3.2	Náhodné veličiny	224
3.2.1	Jak dobrý je to střelec — diskrétní rozdělení	226
3.2.2	Kolik rychlostí má molekula plynu — spojitě rozdělení	237
3.2.3	Cvičení	244
3.3	Náhoda a zpracování měření	245
3.3.1	Součet a součin náhodných veličin	245
3.3.2	Který výsledek je ten pravý?	254
3.3.3	Lineární závislost a metoda nejmenších čtverců	261
3.3.4	Cvičení	264

Výsledky cvičení	265
Literatura	271
Rejstřík	275
Obsah druhého dílu	279

Všemocná úměra aneb lineární algebra poprvé

Tato kapitola bychom mohli opatřit podtitulem „To nájsťtejší z lineární algebry“. Dovíme se v ní, co je třeba si představit pod pojmem „linearity“, najdeme příklady linearity v geometrii i v přírodovědě (fyzika, chemie, biologie) a formulužeme základní poznatky týkající se řešení soustav lineárních rovnic. Do této oblasti patří i počítání s vektory a matricemi — objekty, které jsou velmi vhodné k vyjádření fyzikálních veličin.

1.1 Lineární rovnice

Co tedy znamená slovo *linearity*? Pochází z latiny, *linea recta* = přímka, český bychom řekli *přímá úměrnost* nebo jen jednoduše *úměra*.

1.1.1 Kde všude se setkáme s úměrou — příklady linearity

Nejjednodušší příklady linearity patří do oblasti geometrie — vyjádření přímek a rovin. Jestliže se střechou školy vzpomínáte, že body tvořící tvar a popísečnice jejich souřadnicemi na přímce \mathbb{R} , v rovině \mathbb{R}^2 v prostoru \mathbb{R}^3 . Souřadnice body v rovině tedy tvoří uspořádanou dvojici reálných čísel, v prostoru pak uspořádanou trojici reálných čísel. (Pozor, dvojice $[a, b]$ a $[b, a]$ představují různé body.)

Příklad 1.1: Parametrické vyjádření přímky

Přímka — jednorozměrná lineární úměra v jednorozměrném prostoru \mathbb{R} , dvourozměrném prostoru \mathbb{R}^2 , trojrozměrném prostoru \mathbb{R}^3 (nebo i n -rozměrném prostoru \mathbb{R}^n), je určena dvěma body, třeba A a B , nebo ekvivalentně bodem A a směrovým vektorem \vec{u} (obr. 1.1). Je-li K libovolný bod na této přímce, je vektor \vec{AK} rovnoběžný, tj. kollektivně se značí, s vektorem \vec{u} . Jako směrový vektor lze samozřejmě použít i vektor \vec{AB} . Vektor \vec{AK} má tedy a vektor \vec{u} stejný směr, tedy se může jednat o násobek nebo orientaci. Tato skutečnost zapíšeme tak, že \vec{AK} je násobkem vektoru \vec{u} .

$$\vec{AK} = t \cdot \vec{u}$$