

# Obsah

Předmluva	i
<b>1 Úvod</b>	<b>1</b>
1.1 Matematika, matematická analýza a jiné vědy . . . . .	1
1.2 Historie matematické analýzy . . . . .	3
<b>2 Matematický úvod</b>	<b>5</b>
2.1 Opakování středoškolské látky . . . . .	5
2.1.1 Úvod do logiky . . . . .	6
2.1.2 Úvod do množin . . . . .	8
2.1.3 Zobrazení . . . . .	11
2.2 Číselné obory . . . . .	14
2.2.1 Supremum a infimum, axiomatické zavedení reálných čísel . .	14
2.2.2 Přirozená, celá a racionální čísla . . . . .	19
2.2.3 Vlastnosti reálných, racionálních a přirozených čísel . . . .	23
2.2.4 Základní rovnosti a nerovnosti . . . . .	26
2.2.5 Komplexní čísla . . . . .	31
2.2.6 Rozšířená reálná osa a komplexní rovina, okolí bodu v $\mathbb{R}$ , $\mathbb{C}$ , $\mathbb{R}^*$ a $\mathbb{C}^*$ . . . . .	33
2.3 Mohutnost množin, spočetné a nespočetné množiny . . . . .	36
<b>3 Limita, spojitost, derivace</b>	<b>43</b>
3.1 Limita funkce . . . . .	44
3.1.1 Vlastní limita ve vlastním bodě . . . . .	47
3.2 Spojitost funkce . . . . .	62
3.3 Derivace funkce . . . . .	65
3.4 Elementární funkce . . . . .	73
3.5 Derivace vyšších řádů . . . . .	87
3.6 Komplexní funkce . . . . .	91
<b>4 Primitivní funkce</b>	<b>97</b>
4.1 Základní pojmy a příklady . . . . .	97
4.2 Parciální zlomky, racionální funkce . . . . .	110
4.2.1 Přípravné práce . . . . .	110

4.2.2	Rozklad na parciální zlomky . . . . .	111
4.3	Substituce na racionální lomené funkce . . . . .	117
4.3.1	Exponenciální substituce . . . . .	118
4.3.2	Logaritmická substituce . . . . .	118
4.3.3	Odmocninová substituce . . . . .	119
4.3.4	Eulerovy substituce . . . . .	120
4.3.5	Goniometrické substituce . . . . .	123
4.4	Elementární metody řešení ODR . . . . .	127
4.4.1	Lineární obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu . . . . .	128
4.4.2	Lineární obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty . . . . .	130
4.5	Dodatek: Lineární diferenční rovnice . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Limity podruhé</b>	<b>143</b>
5.1	Posloupnosti a nevlastní limity . . . . .	143
5.2	Symboly malé a velké O . . . . .	153
5.3	Limity monotonních funkcí a posloupností . . . . .	154
5.4	Heineho věta . . . . .	158
5.5	Podposloupnosti . . . . .	160
5.6	Bolzano–Cauchyova podmínka . . . . .	164
<b>6</b>	<b>Spojité a diferencovatelné funkce</b>	<b>167</b>
6.1	Lokální a globální extrémy . . . . .	167
6.2	Globální vlastnosti spojitých funkcí . . . . .	172
6.3	Věty o střední hodnotě a l'Hospitalovo pravidlo . . . . .	176
6.4	První derivace a monotonie funkce . . . . .	183
6.5	Konvexita, konkávnost a inflexní body . . . . .	187
6.6	Asymptoty . . . . .	192
6.7	Vyšetření průběhu funkce . . . . .	192
6.8	Taylorův polynom . . . . .	195
6.8.1	Alternativní metody hledání Taylorových polynomů . . . . .	206
6.9	Dodatek: Monotonie a znaménko derivace . . . . .	211
<b>7</b>	<b>Newtonův a Riemannův integrál</b>	<b>215</b>
7.1	Zavedení Newtonova integrálu . . . . .	217
7.2	Darbouxova definice Riemannova integrálu . . . . .	221
7.3	Kritéria existence Riemannova integrálu . . . . .	225
7.4	Ekvivalentní definice Riemannova integrálu . . . . .	228
7.5	Vlastnosti Riemannova integrálu . . . . .	232
7.6	Vlastnosti Newtonova integrálu . . . . .	244
7.6.1	Existence Newtonova integrálu . . . . .	245
7.6.2	Existence Newtonova integrálu pro funkce měnící znaménko .	248
7.7	Věty o střední hodnotě pro Riemannův integrál . . . . .	250
7.8	Dodatek: Důkaz Abel–Dirichletova kritéria . . . . .	257
7.9	Dodatek: Zobecněná primitivní funkce k $f$ a $ f $ . . . . .	258
7.10	Dodatek: Aplikace integrálu . . . . .	259

A Významní matematici	267
B Tabulka derivací a primitivních funkcí	277
C Substituce vedoucí na racionální funkce	281
D Aplikace integrálu	285