

# Obsah

<b>1 Úvod a historie modelování dopravního proudění</b>	<b>9</b>
1.1 Základní varianty popisu dopravního systému	10
1.2 Základní rysy a specifika dopravních systémů	10
1.3 Historie dopravního modelování	15
1.3.1 Počátky teorie dopravního proudu	15
1.3.2 Fundamentální dopravní veličiny	15
1.3.3 Pionýrské práce v oblasti dopravních systémů	16
1.3.4 Modely dopravního proudu v 50. letech 20. století	20
1.3.5 Šedesátá léta 20. století	22
1.3.6 Sedmdesátá léta 20. století, úsvit mikroskopických modelů	23
1.3.7 Osmdesátá léta 20. století: spojitý car-following modely	24
1.3.8 Devadesátá léta 20. století	25
1.4 Aktuální stav modelování dopravy	26
1.5 Metody akvizice dopravních dat	28
1.6 Klasifikace modelů	30
<b>2 Kinematický popis dopravních vzorků</b>	<b>33</b>
2.1 Kinematický a dynamický popis dopravního proudění	33
2.2 Jednoproudé a jednosměrné dopravní proudění	33
2.3 Popis dopravního proudění prostřednictvím trajektorií	34
2.4 Mikrostruktura empirických dopravních proudů	34
2.5 Primární a sekundární mikroskopické veličiny	36
2.6 Náhodná proměnná v kontextu dopravního modelování	37
2.7 Makroskopický dopravní popis – matematické zavedení	37
2.7.1 Příklad: konvergence dopravní hustoty	40
2.8 Rovnice kontinuity pro dopravní proudění	41
2.9 Hydrodynamická alternativa a varianty dopravního proudění	42
2.10 Dopravní hustota ve zvoleném úseku komunikace	43
2.11 Dopravní intenzita na linii detektoru	43
<b>3 Metody modelování makroskopických dopravních zákonitostí</b>	<b>45</b>
3.1 Elementární vlastnost hustoty homogenního proudění	45
3.2 Základní východiska makroskopického dopravního modelování	45
3.2.1 1. premisa	46
3.2.2 2. premisa	46
3.2.3 3. premisa	46
3.2.4 Shrnutí	46
3.3 Rovnice makroskopické dopravní rovnováhy	47
3.4 Fundamentální závislost podle profesora Greenshieldse (1935)	48
3.5 Dvoufázová dopravní teorie	49
3.6 Greenbergův makroskopický model	51
3.6.1 Pohybová rovnice pro kapalinové proudění	51

3.6.2	Formulace Greenbergova modelu . . . . .	51
3.6.3	Řešení Greenbergova modelu . . . . .	53
3.7	Fundamentální diagramy: posun k realističtějším tvarům . . . . .	54
3.8	Hybridní model Louise A. Pipesa a Elliotta W. Montrolla . . . . .	56
3.9	Fundamentální dopravní závislosti: posun k realističtějším průběhům . . . . .	57
3.10	Empirická podoba fundamentálních diagramů . . . . .	59
3.11	Fundamentální dopravní hypotéza . . . . .	59
3.12	Třífázová dopravní teorie podle Borise Kernerera . . . . .	61
3.13	Příklady . . . . .	63
3.13.1	Fundamentální křivky . . . . .	63
3.13.2	Statistické rozdělení rychlostí . . . . .	64
3.13.3	Kapacita komunikace – maximální dopravní intenzita . . . . .	64
3.13.4	Průměrné časové rozestupy mezi vozidly a jejich evoluce . . . . .	65
3.13.5	Druhá fundamentální závislost . . . . .	67
3.13.6	Mikrostruktura dopravy a její deskriptivní charakteristiky . . . . .	68
3.13.7	Detekce dopravní fáze . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Kinematické dopravní vlny a vysvětlení jejich vzniku</b>	<b>71</b>
4.1	Kinematické dopravní vlny a jejich propagační rychlost . . . . .	71
4.2	Fyzikální model kinematických dopravních vln . . . . .	72
4.3	Geometrické vazby ve fundamentálním diagramu . . . . .	74
4.4	Lighthillův-Whithamův-Richardsův dopravní model . . . . .	75
4.4.1	Operátorový tvar Burgersovy lineární alternativy a jeho Cauchyova úloha . . . . .	78
4.4.2	Cauchyova úloha Lighthillova-Whithamova-Richardsova modelu . . . . .	78
4.4.3	Převod Burgersovy lineární alternativy do prostoru zobecněných funkcí . . . . .	79
4.4.4	Fundamentální řešení dopravního operátoru . . . . .	80
4.4.5	Konstrukce vzorce pro obecné řešení Burgersovy lineární alternativy . . . . .	81
4.4.6	Diskuse řešení . . . . .	82
4.5	Transformace LWR-modelu směrem k realističtějším predikcím . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Metodika zpracování a vyhodnocování empirických dat</b>	<b>85</b>
5.1	Sestavení základních binárních relací . . . . .	85
5.2	Obecná metodika zpracování dopravních dat . . . . .	86
5.3	3s-unifikační procedura . . . . .	86
5.4	Empirické charakteristiky rozdělení rychlostí vozidel . . . . .	87
5.5	Empirické charakteristiky rozdělení světlostí vozidel . . . . .	88
5.5.1	Kritéria pro přípustnost . . . . .	89
5.5.2	Zdůvodnění axiomu o balančním chvostu . . . . .	89
5.5.3	Dopravní proud jako Poissonův systém . . . . .	90
5.5.4	Zdůvodnění axiomu o plató . . . . .	90
5.5.5	Empirické tvary distribuce světlostí . . . . .	91
5.5.6	Empirické tvary distribuce multisvětlostí . . . . .	92
5.5.7	Historie modelování rozestupů mezi vozidly . . . . .	94
5.5.8	Historický progres v disciplíně VHM . . . . .	95
5.5.9	Pohled do dopravní mikrostruktury skrze sdružené hustoty pravděpodobnosti . . . . .	97
<b>6</b>	<b>Statistika rychlostí metodou maximalizace entropie</b>	<b>99</b>
6.1	Výchylka aktuálního stavu dopravního systému od stavu optimálního a její kvantitativní popis . . . . .	99
6.2	Entropie jako míra neuspořádanosti dopravního systému . . . . .	100
6.3	Stav systému s maximální entropií . . . . .	100
6.4	Empirická rozdělení rychlostí . . . . .	102

<b>7</b>	<b>Termodynamický dopravní plyn</b>	<b>105</b>
7.1	Obecné verze termodynamického dopravního plynu . . . . .	105
7.1.1	Základní kontury mikroskopického dopravního přístupu . . . . .	105
7.1.2	Socio-dynamické interakce mezi částicemi dopravního plynu . . . . .	107
7.1.3	Dosah interakčních sil a jeho specifikace . . . . .	108
7.1.4	Celková energie zkoumaného souboru částic . . . . .	109
7.1.5	Stacionární stav deterministické varianty systému . . . . .	109
7.1.6	Stochastická alternativa modelu . . . . .	110
7.1.7	Interpretace stochastické rezistivity v dopravním systému . . . . .	111
7.1.8	Stochastický popis termodynamického částicového plynu . . . . .	112
7.2	Homogenní plyn s krátkodosahovým potenciálem . . . . .	113
7.2.1	Odvození hustoty pravděpodobnosti pro rychlost vozidel . . . . .	113
7.2.2	Statistické rozdělení rozestupů mezi částicemi . . . . .	115
7.2.3	Rozdělení světlostí pro bezinterakční variantu systému . . . . .	115
7.2.4	Obecná formule pro distribuci světlostí . . . . .	118
7.2.5	Rozdělení světlostí pro nerezistivní verzi systému . . . . .	118
7.2.6	Rozdělení světlostí pro systém s logaritmickým potenciálem I. . . . .	119
7.2.7	Rozdělení světlostí pro systém s logaritmickým potenciálem II. . . . .	120
7.2.8	Vlastnosti empirických rozdělení světlostí . . . . .	123
7.2.9	Rozdělení světlostí pro systém s obecným krátkodosahovým potenciálem . . . . .	124
7.2.10	Rozdělení světlostí pro systém s hyperbolickým potenciálem . . . . .	126
7.2.11	Úprava rovnice pro sedlový bod . . . . .	127
7.2.12	Aplikace distribuce světlostí při popisu dopravní mikrostruktury . . . . .	128
7.3	Statistické rozdělení časových světlostí . . . . .	129
7.3.1	Analytické odvození statistického rozdělení časových světlostí . . . . .	130
7.3.2	Zohlednění empirických vlastností dopravní mikrostruktury . . . . .	133
<b>8</b>	<b>Zobecněné inverzní Gaussovo rozdělení</b>	<b>135</b>
8.1	Zobecněná inverzní Gaussova hustota . . . . .	135
8.2	Macdonaldova funkce jako řešení modifikované Besselovy diferenciální rovnice . . . . .	136
8.3	Aproximace Macdonaldovy funkce . . . . .	137
8.4	Tvar Macdonaldovy funkce pro $a = 1/2$ . . . . .	138
8.5	Obecná definice distribuční rodiny GIG . . . . .	138
8.6	Exponenciální rozdělení a jeho škálovaná varianta . . . . .	139
8.7	Erlangovo rozdělení a jeho škálovaná varianta . . . . .	139
8.8	Gamma rozdělení a jeho škálovaná varianta . . . . .	140
8.9	Laplaceův obraz ryzí GIG distribuce . . . . .	140
8.10	Škalovací rovnice pro GIG distribuci a její úskalí . . . . .	140
8.11	Podmínka škálovatelnosti GIG distribuce . . . . .	141
8.12	Momenty v distribuční rodině GIG . . . . .	142
8.13	Momenty ve škálované distribuční rodině GIG . . . . .	142
8.14	Asymptotické řešení škálovací úlohy pro $\alpha = 0$ . . . . .	143
8.14.1	Škálování pro vysoké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	144
8.14.2	Škálování pro nízké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	145
8.14.3	Korigovaný tvar škálovacího vztahu . . . . .	145
8.15	Asymptotické řešení škálovací úlohy pro $\alpha > 0$ . . . . .	145
8.15.1	Škálování pro vysoké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	145
8.15.2	Škálování pro nízké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	146
8.15.3	Korigovaný tvar škálovacího vztahu . . . . .	147
8.16	Asymptotické řešení škálovací úlohy pro $\alpha < 0$ . . . . .	147
8.16.1	Škálování pro nízké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	148
8.16.2	Škálování pro vysoké hodnoty intenzity $\beta$ . . . . .	150

8.16.3	Korigovaný tvar škálovacího vztahu . . . . .	150
8.16.4	Obecný asymptotický tvar škálovací konstanty . . . . .	151
<b>9</b>	<b>Balanční částicové systémy</b>	<b>153</b>
9.1	Třída balancovaných hustot . . . . .	153
9.2	Vlastnosti Laplaceových obrazů balancovaných hustot . . . . .	155
9.3	Základní pojmy teorie balančních částicových systémů – neformálně . . . . .	155
9.4	Základní pojmy teorie balančních částicových systémů – formálně . . . . .	157
9.5	Ekvivalence mezi spojitým a diskretním popisem . . . . .	158
9.5.1	Přechod od roztečí k intervalovým frekvencím . . . . .	158
9.5.2	Přechod od intervalových frekvencí k roztečím . . . . .	158
9.6	Poissonův částicový systém . . . . .	159
9.7	Diracův částicový systém – systém s ekvidistantním uspořádáním . . . . .	159
9.8	Charakteristiky prvního řádu . . . . .	161
9.8.1	Obecné vztahy . . . . .	161
9.8.2	Charakteristiky prvního řádu v Laplaceově formátu . . . . .	163
9.8.3	Poissonův částicový systém . . . . .	164
9.8.4	Diracův částicový systém . . . . .	165
9.8.5	Erlangův částicový systém . . . . .	165
9.9	Distribuce multiroztečí . . . . .	167
9.9.1	Multirozteče Poissonova systému . . . . .	167
9.9.2	Multirozteče semi-Poissonova systému . . . . .	168
9.9.3	Multirozteče Erlangova částicového systému . . . . .	168
9.9.4	Multirozteče Gamma částicového systému . . . . .	169
9.9.5	Multirozteče základního částicového systému s GIG generátorem . . . . .	169
9.10	Charakteristiky druhého řádu . . . . .	171
9.11	Stochastická rigidita a její Laplaceův obraz . . . . .	173
9.11.1	Stochastická rigidita v Poissonově a v Diracově systému . . . . .	173
9.11.2	Stochastická rigidita v Erlangově systému prvního řádu . . . . .	174
9.11.3	Stochastická rigidita v obecných systémech . . . . .	175
9.12	Klasifikace stavů systému podle úrovně kompresibility . . . . .	177
9.13	Přehled nejznámějších reprezentací balančních částicových systémů . . . . .	177
9.14	Odhadování distribucí roztečí v reálných dopravních proudech . . . . .	177
<b>10</b>	<b>Mezní hodnoty pro distribuce zadané repulzivním potenciálem</b>	<b>179</b>
10.1	Repulzivní částicový systém . . . . .	180
10.2	Základní vztahy mezi parametry a momenty generátoru . . . . .	180
10.3	Věta o omezenosti rozptylu světlostí . . . . .	181
10.4	Pásová lokalizace škálovací konstanty pro GIG distribuci . . . . .	183
10.4.1	Věta o vymezení škálovacího pásu . . . . .	183
10.4.2	Zjednodušení řešení škálovací úlohy pro GIG distribuci . . . . .	185
<b>11</b>	<b>Diskretní dopravní mikromodelování</b>	<b>187</b>
11.1	Klasifikace dopravních modelů . . . . .	187
11.2	Model Nagela a Schreckenberga . . . . .	188
11.2.1	Definice a varianty Nagelova-Schreckenberova modelu . . . . .	189
11.2.2	Stacionární stav Nagelova-Schreckenberga modelu . . . . .	190
11.2.3	Základní popis výstupních hodnot . . . . .	191
11.2.4	Výstupy modelu . . . . .	191
11.2.5	Shrnutí . . . . .	193
11.3	Model TASEP . . . . .	194
11.3.1	Definice modelu TASEP . . . . .	194
11.3.2	Popis konfigurací modelu TASEP . . . . .	195

11.3.3	Stacionární stavy modelu TASEP . . . . .	196
11.3.4	Řešení modelu TASEP maticovou metodou . . . . .	196
11.3.5	Varianty aktualizací procedur . . . . .	197
11.3.6	Model TASEP o třech buňkách . . . . .	198
11.3.7	Analytické výpočty a pomocná tvrzení . . . . .	199
11.3.8	Partiční suma modelu TASEP . . . . .	202
11.3.9	Matematické vlastnosti Derridových matic . . . . .	202
11.3.10	Faktická realizace Derridových matic . . . . .	203
11.3.11	Transformace MPA . . . . .	205
11.3.12	Fundamentální závislost modelu TASEP . . . . .	206
11.3.13	Distribuce roztečí v modelu TASEP . . . . .	209
11.3.14	Příklad . . . . .	210
11.3.15	Příklad . . . . .	211
11.3.16	Příklad . . . . .	211
<b>12</b>	<b>Dodatkové partie</b>	<b>213</b>
12.1	O původu Poissonova rozdělení . . . . .	213
12.1.1	Stochastický částicový systém konečné délky . . . . .	213
12.1.2	Poissonovský systém jako limitní verze stochastického systému konečné délky . . . . .	215
12.1.3	Hodnoty deskriptivních charakteristik v Poissonově systému . . . . .	216
12.1.4	Rychlost konvergence k Poissonovu systému . . . . .	216
12.2	Asymptotické metody pro odhady určitých integrálů . . . . .	218
12.2.1	Hrubý leading . . . . .	218
12.2.2	Laplaceova metoda . . . . .	219
12.2.3	Metoda nejprudšího sestupu aneb aproximace v sedlovém bodě . . . . .	221
12.3	Momenty normálního rozdělení . . . . .	224
12.4	Kvazipoissonovské systémy a jejich vztah ke třídě $\mathcal{B}$ . . . . .	225
12.4.1	Základní věta o generátoru kvazipoissonovského systému . . . . .	226
12.5	Statistická kompresibilita a deflekce v balančním částicovém systému . . . . .	228
12.5.1	Stručná připomínka základních vztahů a jejich odvození . . . . .	228
12.5.2	Statistická kompresibilita v balančním částicovém systému . . . . .	230
12.5.3	Statistická deflekce v balančním částicovém systému . . . . .	231
12.6	Idealizované šíření kinematické vlny . . . . .	232
12.7	Landauova symbolika pro asymptotická vyjádření funkcí . . . . .	233
12.8	Pomocné limity pro stanovení podmínky škálovatelnosti . . . . .	234
12.9	Aproximace Macdonaldovy funkce pro malé hodnoty argumentu . . . . .	234
<b>13</b>	<b>Desatera integrálních transformací a tabulky korespondencí</b>	<b>237</b>
13.1	Laplaceovo desatero . . . . .	237
13.2	Initial/Final Value Theorems . . . . .	237
13.3	Laplaceův slovník korespondencí . . . . .	238
13.4	Fourierovo desatero . . . . .	238
13.5	Fourierův slovník korespondencí . . . . .	239