



# I n h a l t.

---

	Seite
<b>E</b> inleitung in das Studium der gesammten Mathematik	1
<b>I.</b> Abschnitt. Begriff und Eintheilung der Mathematik §. 1 — §. 14. . . . .	1
<b>II.</b> Abschnitt. Von der mathematischen Lehrart oder Methode §. 15 — §. 16 . . . . .	10
<b>III.</b> Abschnitt. Von der mathematischen Gewißheit. §. 17. . . . .	21
<b>IV.</b> Abschnitt. Vom Nutzen der Mathematik. §. 18.	23

## I. Hauptstück.

Enthaltend den Beweis, daß einerlei Faktoren, in welcher Ordnung man sie auch mit einander multiplizieren mag, dasselbe Produkt geben §. 1 — §. 6. .	26
Beweis für zwei ganze unbenannte Zahlen. §. 2.	26
Beweis für drei ganze unbenannte Zahlen. §. 3.	27
Allgemeiner Beweis für ganze unbenannte Zahlen. §. 4. . . . .	30
Der Satz ist auch für gebrochene Zahlen wahr. §. 5. . . . .	33
Der Satz ist auch für entgegengesetzte Zahlen wahr. §. 6. . . . .	33

## II. Hauptstück.

	Seite
Lehre von gebrochenen Zahlen. §. 7 — §. 38.	34
Von gebrochenen Zahlen überhaupt. §. 7 — §. 16. . . . .	34
Von einfachen Brüchen. §. 17 — §. 36. . . . .	36
Von zusammengesetzten Brüchen. §. 37, §. 38. . . . .	46

## III. Hauptstück.

Lehre von Exponential-Zahlen. §. 39 — §. 84.	52
Vorbegriffe. §. 39, §. 40. . . . .	52
Erklärung einer Potenz. §. 41. . . . .	52
Nächste Folgerungen daraus. §. 42 — §. 51. . . . .	53
Bezeichnungsbarten der Potenzen und Wurzeln. §. 52, §. 53.	58
Erklärung einer Exponentialzahl (im weitern Sinne) §. 54.	61
Exponentialzahlen derselben Wurzel, die bloß mit Exponen-	
ten der Potenzen befaßt sind, werden:	
multiplicirt. §. 55. . . . .	62
Bemerkungen dazu §. 56, §. 57, §. 58, §. 59	64
dividirt, §. 60 . . . . .	65
auf Potenzen erhoben §. 61. . . . .	66
Wurzeln aus ihnen gezogen §. 62. . . . .	68
$(\sqrt[n]{a})^{\pm m} = \sqrt[n]{a^{\pm m}}$ . §. 63. . . . .	68
Doppelte Bedeutung der Exponentialzahl $A^{\frac{m}{n}}$ §. 64. . . . .	70
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[mn]{A}$ . §. 66. . . . .	70
$\left(A^{\frac{\pm m}{n}}\right)^{\pm p} = A^{\frac{\pm m \times \pm p}{n}}$ §. 68. . . . .	71
$\sqrt[p]{A^{\frac{\pm m}{n}}} = A^{\frac{\pm m}{np}}$ . §. 69 . . . . .	73
Exponentialzahlen von verschiedenen Wurzelexponenten ohne	
Erörderung des Werthes auf gleiche Wurzelexponenten	
zu bringen. (§. 73.) . . . . .	74

Exponentialzahlen mit zusammengesetzten Exponenten zu addiren. (§. 74.) . . . . .	75
Exponentialzahlen mit zusammengesetzten Exponenten zu subtrahiren. (§. 75.) . . . . .	76
Exponentialzahlen mit zusammengesetzten Exponenten zu multipliciren. (§. 76.) . . . . .	76
Exponentialzahlen mit zusammengesetzten Exponenten zu dividiren. (§. 77.) . . . . .	77
Exponentialzahlen mit zusammengesetzten Exponenten auf Potenzen zu erheben, und aus ihnen Wurzeln zu ziehen §. 78. . . . .	78
Woher es kam, daß man zusammengesetzte Exponenten für Brüche hielt. (§. 79.) . . . . .	78
Den zusammengesetzten Exponenten auf die Form eines Dezimalbruches zu bringen §. 81. u. d. f. . . . .	81

### IV. Hauptstück.

#### Von Logarithmen.

Begriff eines Logarithmen. §. 85. . . . .	89
Die Lehre von Logarithmen ist von der Lehre von Exponentialzahlen im Grunde nicht verschieden. §. 86 . . . . .	90
Grundzahl der Logarithmen; Logarithmisches System §. 87. . . . .	91
Welche Zahlen Grundzahlen logarithmischer Systeme abgehen können. §. 88. . . . .	91
Für die Grundzahl A den Logarithmen einer gegebenen Zahl zu finden. §. 90. . . . .	92
Logarithmen zweier Zahlen in zwei verschiedenen Systemen sind Glieder einer geometrischen Proportion §. 93. . . . .	97
Begriff vom Modul oder Modell eines logarithmischen Systems. §. 95. . . . .	99
Logarithmen einer Zahl in zwei Systemen verhalten sich wie die Moduln dieser Systeme. §. 96. . . . .	101

	Seite
Verhältniß der Zahlen und ihrer Logarithmen in demselben Systeme. (§. 97, §. 98.) . . . . .	101
Logarithme der Grundzahl ist gleich 1. §. 99. . . . .	105
Logarithme von 1 ist gleich 0. §. 100. . . . .	106
Den Logarithmen eines Produktes und einer Potenz zu finden §. 101. §. 102. . . . .	107
Den Logarithmen eines Quotienten und eines Bruches zu finden. §. 103. §. 104. . . . .	108
Den Logarithmen einer Wurzel zu finden, §. 106. . . . .	109
Erklärung des briggschen oder gemeinen Systems. §. 107. . . . .	110
Bedeutung der Charakteristik und der Mantissen, nebst Beispielen von der Anwendung der Logarithmen. §. 109. . . . .	111
Den Logarithmen einer ganzen Zahl zu finden, die am Ende Nullen hat. (§. 110.) . . . . .	116
Was mit einer Zahl vorgehe, wenn man ihres Logarithmen Charakteristik um ganze Einheiten vermehrt oder vermindert. §. 111. . . . .	117
Den Logarithmen einer Zahl zu finden, die größer ist, als die größte in den Tafeln. §. 112. . . . .	118
Die Zahl zu finden, die zu einem Logarithmen gehört, der zwischen zwei zunächst auf einander in den Tafeln folgenden enthalten ist. §. 113. . . . .	120
Zu einem Logarithmen, der größer ist, als der größte in den Tafeln, die zugehörige Zahl zu finden. §. 114. . . . .	121
Den Logarithmen eines Dezimalbruches zu finden. §. 115. . . . .	123
Die Zahl zu finden, die zu einem negativen Logarithmen gehört. §. 116. . . . .	124
Durch Vermehrung der Charakteristik eines Logarithmen die zugehörige Zahl genauer zu finden. §. 117. . . . .	125

V. Hauptstück.

	Seite
Von Erhebung der Zahlen zu Potenzen. §. 119.	130
Wann sind die Potenzen positiv, wann negativ? §. 120.	131
Folgerung daraus auf Bestimmung der Wurzeln. §. 121.	132
Die auf Potenzen zu erhebenden Zahlen sind ein- oder mehrtheilig. §. 122.	133
Die zweite Potenz einer mehrtheiligen Wurzel zu finden. §. 123. §. 124.	134
Die dritte Potenz einer mehrtheiligen Wurzel zu finden. §. 125. §. 126.	136
Wie man höhere Potenzen von einer mehrtheiligen Wurzel finde. §. 127.	139
$a + b$ auf die $n$ te Potenz zu erheben, wenn $n$ eine ganze positive Zahl ist. §. 129.	141
Vorstehende Aufgabe aufzulösen, wenn die Wurzel mehrtheilig ist. §. 131.	149
Beispiel als Anwendung vorstehender Lehre. §. 132.	151

VI. Hauptstück.

Von Ausziehung der Wurzeln aus gegebenen Zahlen.	154
Bei einer bestimmten ganzen Zahl zu bestimmen, aus wie vielen Ziffern die Wurzel des 2ten Grades aus ihr bestehen werde. §. 133.	154
Dieselbe Aufgabe für die Wurzel des 3ten Grades. §. 134.	157
Dieselbe Aufgabe für die Wurzel des $n$ ten Grades. §. 135.	159
Aus einer bestimmten ganzen Zahl die Wurzel des 2ten Grades zu ziehn. §. 136.	161
Aus einer bestimmten ganzen Zahl die Wurzel des 3ten Grades zu ziehn. §. 137.	163

	Seite
Allgemeine Anweisung aus bestimmten ganzen Zahlen Wurzeln jedes Grades zu ziehen. §. 139. . . . .	169
Wurzeln aus gebrochenen und gemischten Zahlen zu ziehen. §. 140. §. 141. §. 142. §. 143. . . . .	175
Aus unvollkommenen Potenzen Wurzeln durch Näherung zu ziehen. §. 144. . . . .	179
Begriff einer Irrationalzahl. §. 145. . . . .	183
Beispiele für die Findung der Wurzeln aus bestimmten Zahlen mit Hilfe der Logarithmen. §. 147. . . . .	184
Wurzeln gegebenen Grades aus allgemeinen Zahlenausdrücken zu ziehen. §. 149. §. 150. . . . .	186

### VII. Hauptstück.

Allgemeiner Beweis für den Binomial-Satz . . . . .	197
Der Binomial-Satz ist wahr, wenn der Exponent eine ganze negative Zahl ist. §. 152. . . . .	197
Derselbe Satz ist für einen positiven Bruchexponenten wahr §. 153. . . . .	210
Anmerkung zum vorstehenden Satze (§. 153.) §. 154. . . . .	201
Derselbe Satz ist für einen gebrochenen negativen Exponenten wahr. §. 155. . . . .	216
Derselbe Satz ist für den Fall, wenn der Exponent 0, oder eine Irrationalzahl ist, wahr. (§. 156.) . . . . .	216

### VIII. Hauptstück.

Einige Lehrsätze von Primzahlen . . . . .	218
Begriff von Primzahlen überhaupt, Primzahlen unter sich, und von zusammengesetzten Zahlen. §. 158. . . . .	218

	Seite
Jede zusammengesetzte Zahl läßt sich in Faktoren, die Primzahlen sind, auflösen. (S. 161.) . . . . .	219
Wenn ein Bruch mit der kleinsten Zahl geschrieben, und gleich ist einem mit größeren Zahlen geschriebenen Bruche; so sind die Quotienten aus dem größeren Zähler durch den kleinern —, und aus dem größern Nenner durch den kleinern dividirt dieselbe ganze Zahl. S. 162. . . . .	220
Ein Bruch, dessen Zähler und Nenner Primzahlen unter sich sind, ist mit den kleinsten Zahlen geschrieben. S. 163. . . . .	221
Ein Produkt aus zwei Primzahlen ist nie gleich dem Produkte aus ganzen Zahlen, worunter eine fremde Primzahl vorkömmt. S. 165. . . . .	222
Ein Produkt aus 2 absoluten Primzahlen kann nie ohne Rest dividirt werden, wenn im Divisor eine fremde Primzahl vorkömmt. S. 167. . . . .	224
Dieselben 2 Sätze vom Produkte aus 3 absoluten Primzahlen S. 168. S. 170. . . . .	224
Dieselben 2 Sätze für jede Zahl von Faktoren. S. 171 — S. 176. . . . .	225
Ein unächter, eigentlicher Bruch gibt nie eine ganze Zahl zur Potenz, wenn der Exponent eine ganze Zahl ist. S. 177. . . . .	227
Wurzeln aus unvollkommenen Potenzen sind irrational. S. 178. . . . .	229
Alle ganzen Zahlen zu finden, durch welche eine gegebene bestimmte ganze Zahl theilbar ist. S. 180. . . . .	230
Dieselbe Aufgabe auf algebraische Ausdrücke angewendet. S. 181. . . . .	234

	Seite
Begriff des größten gemeinschaftlichen Theilers mehrerer ganzer Zahlen. §. 182. . . . .	235
Den größten gemeinschaftlichen Theiler mehrerer ganzer Zahlen zu finden. §. 183. . . . .	235
Ein solcher größter gemeinschaftlicher Theiler ist durch jede ganze Zahl theilbar, durch welche die Zahlen selbst theilbar sind. §. 185. . . . .	239
Den größten gemeinschaftlichen Theiler zweier ganzer Zahlen zu finden, ohne diese in Faktoren zu zerschlagen. §. 186. . . . .	239
Dieselbe Aufgabe für 3 gegebene ganze Zahlen. §. 188. . . . .	244
Dieselbe Aufgabe für jede Anzahl ganzer Zahlen. §. 189. . . . .	245
Die kleinste ganze Zahl zu finden, die durch mehrere gegebene ganze Zahlen theilbar ist. §. 190. . . . .	245
Dieselbe Aufgabe für 2 ganze Zahlen ohne Auflösung dieser in einfache Faktoren. (§. 191.) . . . . .	248
Jede ganze Zahl, die durch mehrere ganze Zahlen theilbar ist, ist auch durch die kleinste durch letztere theilbare Zahl theilbar. §. 192. . . . .	249
Die kleinste ganze Zahl zu finden, die durch drei ganze Zahlen theilbar ist, ohne letztere in einfache Faktoren aufzulösen. §. 194. . . . .	250
Vorstehende Aufgabe für mehrere gegebene ganze Zahlen. §. 194. . . . .	251
Gegebene Brüche auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen. §. 195. . . . .	251
Gegebene Brüche auf den kleinsten gemeinschaftlichen Zähler zu bringen. §. 196. . . . .	254

XI. Hauptstück.

Seite

Von arithmetischen Differenzreihen . . .	256
Begriff arithmetischer Differenzreihen und ihre Eintheilung. §. 197. . . . .	256
Jedes Glied einer Reihe ist gleich der Summe aus ihrem ersten Gliede, mehr der Summe aus den Differenzen zwischen den vorangehenden Gliedern. §. 198. . . . .	257
Das allgemeine und summatorische Glied einer Reihe gleicher Zahlen zu finden. (§. 199.) . . . . .	258
Dieselbe Aufgabe für eine arithmetische Reihe der ersten Ordnung. §. 200. . . . .	258
Dieselbe Aufgabe für eine arithmetische Reihe der zweiten Ordnung. §. 201. §. 202. . . . .	261
Dieselbe Aufgabe für arithmetische Reihen aller Ordnungen. §. 203. §. 204. . . . .	265

Von summirenden arithmetischen Reihen.

Begriff und Eintheilung summirender Reihen, §. 205. . . . .	270
Die allgemeinen und summatorischen Glieder summirender Reihen zu finden, wenn diese aus einer Hauptreihe von gleichen Gliedern entstanden sind. §. 207 §. 208. . . . .	271
Dieselbe Aufgabe für den Fall, wenn die Hauptreihe eine Differenzreihe der ersten Ordnung ist. §. 209. . . . .	279
Von figurirten Zahlen. . . . .	280
Begriff und Eintheilung von Reihen figurirter Zahlen. §. 210 . . . . .	282

	Seite
Die allgemeinen und summatorischen Glieder figurirter Zahlen zu finden. §. 211. . . . .	283
Von summirenden Reihen, die aus Differenzreihen höherer Ordnungen entstehen. §. 212. . . . .	285

---