OBSAH

Předmluva 11

KAPITOLA I

Theorie míry

§ 1. Úvodní poznámky 17
§ 2. Posloupnosti množin 24
§ 3. Množinové okruhy a tělesa 26
§ 4. Poznámky o kartézských součinech 28
§ 5. Některé systémy množin, složených z intervalů 30
§ 6. Aditivní funkce intervalu 34
§ 7. Vnější míra 46
§ 8. Měřitelné množiny. Základní věty theorie míry 49
§ 9. Další věty o míře, vnější míře a měřitelnosti 56
§ 10. Lebesgueova míra 64

KAPITOLA II

Měřitelné funkce

§ 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti měřitelných funkcí 69
§ 2. Jegorovova věta 77
§ 3. Charakteristické funkce. Jednoduché funkce 79
§ 4. Luzinova věta 83
§ 5. Komplexní měřitelné funkce 85

KAPITOLA III

Základy theorie Lebesgue-Stieltjesova integrálu

§ 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti 87
§ 2. Závislost integrálu na integračním oboru 97
§ 3.*Dodatek k definici integrálu* 105
§ 4. Závislost integrálu na integrandu 107
§ 5.*Konvergence podle míry* 124

§ 6. Integrál komplexní funkce 129
§ 7. Příklady na výpočet Lebesgueových integrálů $\int_a^b f(x)\,dx$ 132

KAPITOLA IV

Převedení integrace $(r + s)$-rozměrné na sled integrace r-rozměrné a s-rozměrné

§ 1. Věta Fubiniova 147
§ 2. Geometrický význam integrálu nezáporné funkce 164
§ 3.*Funkce polospojité* 167

KAPITOLA V

Lebesgueův integrál v E_1

§ 1. Vitaliova věta o pokrytí 172
§ 2. Derivace funkcí s variací konečnou 176
§ 3.*Měřitelnost horní a dolní derivace* 182
§ 4. Lebesgueův integrál v E_r 184
§ 5. Neurčitý integrál Lebesgueův v E_1 187
§ 6. Integrace per partes a druhá věta o střední hodnotě 196

KAPITOLA VI

Zavádění nových integračních proměnných do r-rozměrného integrálu

§ 1. Prostá regulární zobrazení 201
§ 2. Substituční methoda (zavádění nových integračních proměnných) pro množné integrály 208
§ 3.*Obecná zobrazení třídy C_1* 226

KAPITOLA VII

Početní technika Lebesgueova integrálu

§ 1. Poznámky o jednoduchém Lebesgueově integrálu 231
§ 2. Existence a konvergence integrálu 237
§ 3. Užití Fubiniovy věty 74 a věty 103 o zavádění nových integračních proměnných k výpočtu množných integrálů 244

§ 4. Integrály funkcí závislých na parametru: limita a spojitost 273

§ 5. Výpočet integrálu $J(b) = \int\limits_0^{+\infty} \frac{x^{b-1}}{1+x}\,dx$ $(0 < b < 1)$ 277

§ 6. Derivace integrálu podle parametru 281

§ 7. Dvě poznámky o diferenciálních rovnicích 292

§ 8. Integrály $I(b) = \int\limits_0^{+\infty} e^{-ax^2} \cos bx\,dx$, $K(b) = \int\limits_0^{+\infty} e^{-ax^2} \sin bx\,dx$ pro $a > 0$ 295

§ 9. Integrál $I(\alpha) = \int\limits_0^{+\infty} e^{-x^2 - \frac{\alpha^2}{x^2}}\,dx$ 296

§ 10. Integrál $\iint\limits_{\substack{x>0\\y>0}} e^{-\left(x+y+\frac{\alpha^3}{xy}\right)} x^{-\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}}\,dx\,dy$ pro $\alpha \geqq 0$ 297

§ 11. Integrály funkcí závislých na parametru: Integrace podle parametru 298

§ 12. Derivace integrálu podle parametru při proměnných mezích 301

KAPITOLA VIII

Nevlastní integrály

§ 1. Definice a podmínka konvergence 308

§ 2. Vyšetřování konvergence zobecněných integrálů 322

§ 3. Výpočet zobecněných integrálů: elementární methody 326

§ 4. Zobecněné integrály funkcí závislých na parametru. Limita a spojitost 334

§ 5. Integrace posloupností a řad 347

§ 6. Derivování zobecněných integrálů podle parametru 349

§ 7. Integrace integrálů podle parametru (záměnnost integračního pořadí) 353

§ 8. Příklady na výpočet integrálů užitím záměnnosti integračního pořadí 354

KAPITOLA IX*

*Doplňky k funkcím s variací konečnou**

§ 1. Fubiniova věta o derivování nekonečných řad 364

§ 2. Funkce absolutně spojité, funkce singulární a funkce skoků 366

§ 3. Rozklad funkce s variací konečnou na funkci absolutně spojitou, spojitou funkci singulární a funkci skoků 376

KAPITOLA X*

*Pokračování o Lebesgue-Stieltjesovu integrálu**

§ 1. Vyjádření integrálu $\int\limits_M f \, d\mu$ integrálem s jinou měrou 382
§ 2. Závislost $\int\limits_M f \, d\mu$ na funkci μ 386
§ 3. Odstranění předpokladu $\mu(I) \geqq 0$ 389
§ 4. Rovnice $\int\limits_M f \, d\mu = \lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_M f \, d\mu_n$ 399
§ 5. Vyjádření aditivní funkce intervalu v E_1 funkcí jedné proměnné . . . 405
§ 6. Výpočet Lebesgue-Stieltjesova integrálu v E_1 411
§ 7. Stieltjesův integrál 415
§ 8. Ještě o rovnici $\int\limits_A f \, d\mu = \lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_A f \, d\mu_n$ 423
§ 9. Záměna integrační proměnné v Lebesgue-Stieltjesově a Lebesgueově integrálu 430

KAPITOLA XI*

*Riemannův integrál**

§ 1. Definice a vztah k Lebesgueovu integrálu 436
§ 2. Existenční věty 443

KAPITOLA XII*

*Perronův integrál**

§ 1. Definice a základní vlastnosti Perronova integrálu 449
§ 2. Neurčitý Perronův integrál. Vztah k Lebesgueovu integrálu. 457

KAPITOLA XIII

Fourierovy řady

§ 1. Trigonometrické polynomy a řady 469
§ 2. Definice Fourierovy řady 473
§ 3. Částečné součty Fourierovy řady 477
§ 4. Věta o lokalisaci 479
§ 5. Kriterium Diniovo a Dirichlet-Jordanovo 486
§ 6. Příklady 496

§ 7. Poissonova sumační formule 507
§ 8. Aproximace funkcí polynomy a trigonometrickými polynomy . . . 513
§ 9. Spojitá funkce s divergentní Fourierovou řadou 516
§ 10. Methoda aritmetických průměrů (věta Fejérova) 518
§ 11.*Fourierův integrál* 524

KAPITOLA XIV

Orthogonální systémy

§ 1. Hölderova a Minkovského nerovnost 537
§ 2. Prostor l^q 540
§ 3. Prostor $L^q_\varphi(M; \mu)$ 542
§ 4. Orthogonalita 547
§ 5. Fourierovy řady 551
§ 6. Úplné systémy 557
§ 7. Úplnost trigonometrického systému 559
§ 8. Vlastnosti orthogonálních polynomů 562
§ 9.*Legendreovy a Čebyševovy polynomy. Jacobiovy polynomy* . . . 567
§ 10.*Hermiteovy a Laguerreovy polynomy* 579

KAPITOLA XV*

*Asymptotické rozvoje**

§ 1. Úvod. Symbolika 585
§ 2. Asymptotické rozvoje integrálů $\int_0^x e^{-t^2}\,dt$, $\int_a^x \frac{du}{\lg u}$ 591
§ 3. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x)(f(x))^\alpha\,dx$ pro $\alpha \to +\infty$ 599
§ 4. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x)\,e^{i\alpha f(x)}\,dx$ pro $\alpha \to +\infty$ 610
§ 5. Besselovy funkce prvního druhu 621
§ 6. Použití vět 226, 228 na studium asymptotických vlastností funkcí $J_n(z)$ 629
§ 7. Asymptotické rozvoje funkcí $J_n(z)$ pro $z \to \infty$ 632

KAPITOLA XVI*

*Formule Euler-Maclaurinova**

§ 1. Euler-Maclaurinova formule 645
§ 2. Bernoulliovy polynomy a čísla 648
§ 3. Zbytek v Euler-Maclaurinově formuli 653
§ 4. Užití Euler-Maclaurinovy formule k výpočtu určitých integrálů . . . 656
§ 5. Užití Euler-Maclaurinovy formule jako sumační formule 658
§ 6. Nejjednodušší případ Euler-Maclaurinovy formule 663

KAPITOLA XVII*

*Numerický výpočet určitých integrálů (mechanická kvadratura)**

§ 1. Úvodní poznámky 666
§ 2. Cotesova methoda 669
§ 3. Gaussova methoda 677

KAPITOLA XVIII*

*Funkce gamma**

§ 1. Definice a základní vlastnosti funkce $\Gamma(s)$ 683
§ 2. Vyjádření funkce $\Gamma(s)$ určitým integrálem 689
§ 3. Rozvoje pro $\lg \Gamma(s)$, hlavně Stirlingův rozvoj 694
§ 4. Vyjádření Eulerovy konstanty určitým integrálem 697
§ 5. Vyjádření funkce $\frac{\Gamma'(s)}{\Gamma(s)}$ určitým integrálem 700
§ 6. Vyjádření funkce $\lg \Gamma(s)$ určitým integrálem 702

KAPITOLA XIX*

*Transformace a výpočet eliptických integrálů**

§ 1. Normální tvar Weierstrassův a Riemannův 705
§ 2. Lineární transformace eliptických integrálů. Legendreův normální tvar 711
§ 3. Výpočet eliptických integrálů 1. a 2. druhu řadami 725
§ 4. Výpočet úplných eliptických integrálů 1. druhu methodou aritmeticko-geometrického průměru 737

Přehled výsledků, platných pro komplexní funkce 748

Rejstřík 753

Doplňky a opravy 760