

OBSAH

Úvod	11
1 Optimalizačné modely a matematické programovanie	15
1.1 Optimalizačné problémy, matematické modely a úlohy matematického programovania	15
1.2 Konštrukcia optimalizačných modelov	16
1.3 Všeobecná úloha matematického programovania, základné pojmy a klasifikácia jednotlivých tried úloh	27
1.4 Historická poznámka o vývoji matematického programovania	31
1.5 Cvičenia	33
Literatúra	36
2 Matematický aparát lineárneho programovania	38
2.1 Vektorový euklidovský priestor	38
2.1.1 Vektorový priestor	38
2.1.2 Euklidovský priestor a niektoré geometrické útvary	45
2.2 Konvexné množiny a ich vlastnosti	50
2.3 Vety o duálnych sústavách lineárnych rovníc a nerovníc	57
2.4 Cvičenia	63
Literatúra	64
3 Teória lineárneho programovania	66
3.1 Úloha lineárneho programovania v štandardnom tvare a jej riešenia	66
3.2 Vety o vlastnostiach riešení úloh lineárneho programovania	73
3.3 Geometrická interpretácia úlohy lineárneho programovania	81
3.4 Dvojice navzájom duálnych úloh lineárneho programovania	87
3.5 Vety o vlastnostiach dvojíc duálnych úloh lineárneho programovania	91
3.6 Ekonomická interpretácia duality v lineárnom programovaní	98
3.7 Metóda Lagrangeových násobiteľov a duálne vzťahy úloh lineárneho programovania	102
3.8 Cvičenia	105
Literatúra	107
4 Simplexová metóda lineárneho programovania a jej algoritmy	109
4.1 Princíp simplexovej metódy	109
4.2 Elementárna zmena bázy a kanonický tvar úlohy lineárneho programovania	111
4.2.1 Elementárna zmena bázy	111
4.2.2 Kanonický tvar úlohy lineárneho programovania a jeho vlastnosti	118
4.3 Základný primárny algoritmus simplexovej metódy	125

4.3.1	Všeobecné poznatky	126
4.3.2	Simplexová tabuľka	126
4.3.3	Kontrola optimálnosti	128
4.3.4	Prechod na novú simplexovú tabuľku	129
4.3.5	Určenie východiskového primárne prípustného kanonického tvaru	135
4.3.6	Úprava algoritmu v prípade degenerácie	141
4.4	Základný duálny algoritmus simplexovej metódy	147
4.5	Revidovaný algoritmus simplexovej metódy	150
4.5.1	Možnosť využitia inverznej matice bázy	151
4.5.2	Aktualizácia inverznej matice bázy	152
4.5.3	Opis algoritmu	155
4.5.4	Záverečná poznámka o revidovanom primárnom algoritme	168
4.6	Ďalšie poznatky o algoritmoch simplexovej metódy	168
4.6.1	Blok vedúcich prvkov	170
4.7	Metóda postupného zlepšovania plánu	171
4.7.1	Metóda postupného zlepšovania plánu v algebraickej a maticovej forme	174
4.8	Cvičenia	181
	Literatúra	186
5	Parametrické programovanie a analýza senzitivity	188
5.1	Parametrické programovanie	188
5.1.1	Jednparametrické úlohy s parametrom vo vektore pravých strán ohraničení	189
5.1.2	Jednparametrické úlohy s parametrizáciou účelovej funkcie	196
5.1.3	Jednparametrické úlohy s parametrom v matici podmienok	207
5.1.4	Jednparametrické úlohy s parametrom vo všetkých koeficientoch úlohy	207
5.2	Analýza senzitivity	209
5.2.1	Zistenie prípustného intervalu zmeny ľubovoľného koeficientu účelovej funkcie	210
5.2.2	Prípustná oblasť pre zmenu koeficientu pravej strany	212
5.2.3	Substitučné možnosti a analýza senzitivity	214
5.2.4	Pridanie, resp. vylúčenie činnosti v danej úlohe	217
5.2.5	Zistenie intervalu zmeny technického koeficientu	219
5.2.6	Pridanie resp. vynechanie podmienky v danej úlohe	220
5.3	Cvičenia	223
	Literatúra	226
6	Dekompozičné algoritmy	227
6.1	Programy s premenlivými koeficientmi	227
6.2	Viacúrovňové modely lineárneho programovania a všeobecná charakteristika dekompozičných algoritmov	230
6.3	Riešenie rozsiahlych úloh lineárneho programovania dekompozičnou metódou Dantziga – Wolfa	232
6.3.1	Dekompozičná metóda Dantziga – Wolfa	233
6.3.2	Algoritmus dekompozičnej metódy Dantziga – Wolfa	243
6.3.3	Doplňujúce poznámky k dekompozičnej metóde Dantziga – Wolfa	256
6.3.4	Ekonomická interpretácia dekompozičného algoritmu Dantziga – Wolfa	259
6.4	Algoritmus viacúrovňového plánovania Kornaia – Liptáka	262
6.5	Cvičenia	264
	Literatúra	265

7	Viackriteriálna lineárna optimalizácia	266
7.1	Úlohy viackriteriálnej optimalizácie a kompromisné riešenia	266
7.2	Kompromisné riešenia v lineárnych úlohách viackriteriálnej maximalizácie	268
7.2.1	Úloha vektorovej maximalizácie	268
7.2.2	Princíp nedominovaných riešení	269
7.2.3	Princíp agregácie cieľových kritérií	271
7.2.4	Princíp lexikografickej maximalizácie	273
7.2.5	Princíp maxima podľa minimálneho komponentu	275
7.2.6	Princíp minimálnej vzdialenosti od „ideálneho vektora“	277
7.3	Kompromisné riešenia v úlohách cieľového programovania	280
7.4	Interaktívne metódy viackriteriálnej optimalizácie	287
7.4.1	Podstata interaktívnych metód	287
7.4.2	Ziontsova – Walleniuosova metóda	289
7.4.3	Metóda STEM	293
7.5	Viackriteriálna simplexová metóda	296
7.6	Cvičenia	304
	Literatúra	306
8	Dopravné a distribučné úlohy lineárneho programovania	308
8.1	Vlastnosti dopravných úloh lineárneho programovania	308
8.1.1	Formulácia dopravnej úlohy a jej riešenie	308
8.1.2	Nájdanie východiskového bázického riešenia	313
8.2	Algoritmy riešenia dopravnej úlohy	317
8.2.1	Metóda potenciálov pre riešenie dopravnej úlohy	317
8.2.2	Degenerácia v dopravných úlohách a ε -metóda riešenia	323
8.2.3	Riešenie nevybilancovaných dopravných úloh	327
8.3	Priradovacie problémy	331
8.3.1	Formulácia priradovacieho problému	331
8.3.2	Maďarská metóda riešenia priradovacieho problému	333
8.3.3	Maďarská metóda riešenia dopravnej úlohy	336
8.4	Analýza senzitivity v dopravnej úlohe — vlastnosť viacej za menej	340
8.5	Distribučné úlohy a ďalšie typy dopravných úloh	345
8.5.1	Distribučné úlohy	345
8.5.2	Viacindexové dopravné úlohy	348
8.6	Cvičenia	350
	Literatúra	352
9	Celočíselné modely a metódy programovania	353
9.1	Modely s celočíselnými podmienkami	353
9.1.1	Čisté celočíselné modely	354
9.1.2	Modely s binárnymi premennými	354
9.1.3	Zmiešané celočíselné modely	357
9.2	Metódy riešenia úloh s celočíselnými premennými	361
9.2.1	Metóda implicitnej enumerácie	362
9.2.2	Metóda vetiev a hraníc	367
9.2.3	Metóda rezných nadrovin	377
9.3	Metóda dekompozície zmiešanej celočíselnej úlohy	387
9.3.1	Krajné body a krajné smery úlohy lineárneho programovania	388
9.3.2	Ekvivalentná formulácia úlohy zmiešaného celočíselného programovania	389

9.3.3	Bendersova dekompozičná metóda	392
9.4	Cvičenia	394
	Literatúra	395
10	Optimalizačné sieťové modely	397
10.1	Základné pojmy teórie grafov	397
10.2	Optimálne cesty v sieti	403
10.2.1	Najkratšia cesta v sieti	403
10.2.2	Najdlhšia (kritická) cesta v sieti	408
10.2.3	Cesta s najväčšou pravdepodobnosťou	409
10.3	Optimálne toky v sieti	410
10.3.1	Maximálny tok v rovinnom grafe	411
10.3.2	Všeobecný algoritmus pre určenie maximálneho toku	413
10.3.3	Minimálny tok v sieti	417
10.4	Metódy analýzy kritickej cesty	417
10.4.1	Základy metód CPM a PERT	417
10.4.2	Výpočet kritickej cesty	419
10.4.3	Skracovanie kritickej cesty	422
10.5	Cvičenia	423
	Literatúra	425
11	Štruktúrna analýza medziodvetvových vzťahov	426
11.1	Základné pojmy bilancovania medziodvetvových vzťahov	426
11.1.1	Bilancovanie medziodvetvových vzťahov	427
11.2	Formulácia statického štruktúrneho modelu medziodvetvových vzťahov	430
11.3	Ďalšie aplikácie statického štruktúrneho modelu	433
11.4	Interpretácia bilancie a štruktúrneho modelu pomocou číselných údajov	436
11.5	Skúmanie cenotvorných zložiek štruktúrnym modelom	439
11.6	Problematika stability štruktúrnych koeficientov	441
11.7	Štruktúrny model a jeho transformácia na optimalizačný	445
11.8	Štruktúrne modely podniku	447
11.9	Kontrolné otázky	454
	Literatúra	455
12	Modelovanie komplexných úloh výroby	456
12.1	Základná úloha výroby	456
12.2	Modelovanie výroby na úrovni národného hospodárstva	468
12.3	Plánovanie výroby na úrovni podnikov	475
12.4	Modely simulácie výroby poľnohospodárskeho podniku	478
	Literatúra	480
13	Nelineárne programovanie	481
13.1	Úlohy nelineárneho programovania	481
13.2	Všeobecné princípy riešenia úloh nelineárneho programovania	484
13.3	Význam konvexnosti	490
13.4	Metódy konvexného programovania	495
13.4.1	Penalizačné a bariérové metódy	496
13.4.2	Newtonova metóda	498
13.4.3	Metódy prípustných smerov	499

13.4.4	Metódy sečných nadrovin	502
13.4.5	Metóda aproximujúceho programovania	504
13.5	Veta o sedlovom bode	505
13.6	Kvadratické programovanie	508
13.7	Separovateľné úlohy	513
13.8	Nekonvexné úlohy	516
13.8.1	Lineárne lomené programovanie	519
13.9	Cvičenia	522
	Literatúra	523
14	Stochastické programovanie	524
14.1	Predmet stochastického programovania	524
14.2	Klasifikácia úloh stochastického programovania	525
14.3	Pasívne stochastické programovanie	528
14.4	Matematická formulácia modelov aktívneho stochastického programovania	531
14.4.1	Jednoetapová úloha stochastického programovania s apriórными rozhodovacími pravidlami	532
14.4.2	Jednoetapová úloha stochastického programovania s aposteriórными rozhodovacími pravidlami	535
14.4.3	Dvojetapové úlohy stochastického programovania	536
14.5	Metódy riešenia úloh stochastického programovania	539
14.5.1	Nepriame metódy riešenia úloh stochastického programovania. Deterministické ekvivalenty	539
14.5.2	Priame metódy riešenia úloh stochastického programovania	544
14.6	Priklady ekonomických úloh stochastického programovania	547
14.6.1	Stochastická dopravná úloha	547
14.6.2	Dvojetapový stochastický model rozmiestnenia poľnohospodárskych plodín na zavlážovanej pôde	551
14.6.3	Stochastický model Leontieva	553
14.7	Cvičenia	555
	Literatúra	556
15	Dynamické programovanie	557
15.1	Úlohy dynamickej optimalizácie	557
15.2	Diskrétne úlohy dynamického programovania. Bellmanov princíp optima	559
15.2.1	Jednparametrický reprodukčný model	564
15.2.2	Dvojparametrický reprodukčný model	568
15.2.3	Dopravná úloha	570
15.2.4	Úloha o rozdelení jedného zdroja	573
15.2.5	Úloha o rozmiestnení výrobných kapacít	576
15.3	Spojité dynamické optimalizačné úlohy. Pontrjaginov princíp maxima	580
15.3.1	Najjednoduchšia úloha variačného počtu	580
15.3.2	Úloha teórie regulácie	581
15.3.3	Pontrjaginov princíp maxima	582
15.3.4	Arowov – Karlinov model	583
15.4	Dynamické modely typu Leontieva	585
15.5	Cvičenia	587
	Literatúra	588

16	Problémy riešenia rozsiahlych optimalizačných úloh na počítači	589
16.1	Riedke matice	589
16.2	Zovšeobecnenie princípu revidovaného algoritmu simplexovej metódy	592
16.3	Trojuholníkový revidovaný algoritmus a jeho modifikácie	595
16.3.1	Dantzigov trojuholníkový algoritmus	596
16.3.2	Bartelsova a Golubova modifikácia trojuholníkového algoritmu	598
16.3.3	Forrestova a Tomlinova modifikácia trojuholníkového algoritmu	599
16.4	Revidovaný algoritmus simplexovej metódy s úsporou aritmetických operácií	601
16.5	Polynomiálne algoritmy lineárneho programovania	605
16.5.1	Zložitosť algoritmov	606
16.5.2	Čačijanov algoritmus	607
16.5.3	Karmarkarov algoritmus	609
16.6	Programové systémy na riešenie optimalizačných úloh	611
16.6.1	Základné znaky PSMP pre počítače tretej generácie	612
16.6.2	Systém MPS	614
16.6.3	Vstupný kód systému MPS pre súbor údajov o lineárnom optimalizačnom probléme	616
16.6.4	Programovanie v systéme MPS	625
16.6.5	Systém MPSX	634
16.6.6	Programové vybavenie profesionálnych osobných počítačov	643
16.7	Cvičenia	646
	Literatúra	649
	Register	651