

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>7</b>
1.1 Tři úrovně logiky . . . . .	7
1.2 Zákony klasické logiky . . . . .	8
1.3 Pár slov k historii . . . . .	8
1.4 Sémantika a syntax . . . . .	10
1.5 Cvičení . . . . .	10
<b>2 Sémantika výrokové logiky</b>	<b>11</b>
2.1 Od přirozeného jazyka k výrokové logice . . . . .	11
2.1.1 Negace . . . . .	12
2.1.2 Konjunkce . . . . .	13
2.1.3 Disjunkce . . . . .	13
2.1.4 Implikace . . . . .	14
2.1.5 Ekvivalence . . . . .	15
2.1.6 Závorky . . . . .	16
2.2 Formální definice . . . . .	16
2.2.1 Formule . . . . .	16
2.2.2 Pravdivostní ohodnocení . . . . .	17
2.3 Cvičení . . . . .	18
<b>3 Pravdivost ve výrokové logice</b>	<b>23</b>
3.1 Tautologie, kontradikce, splnitelná formule . . . . .	23
3.2 Logická ekvivalence a logický důsledek . . . . .	24
3.3 Základní zákony výrokové logiky . . . . .	26
3.4 Splnitelná teorie a logický důsledek teorie . . . . .	28
3.5 Věta o kompaktnosti . . . . .	30
3.6 Důkaz indukcí podle složitosti formule . . . . .	31
3.7 Universální systémy logických spojek . . . . .	32
3.8 Cvičení . . . . .	33
<b>4 Metody a důkazy výrokové logiky</b>	<b>39</b>
4.1 Konjunktivní a disjunktivní normální tvar formulí . . . . .	39
4.1.1 Minterm, klausule, disjunktivní a konjunktivní normální tvar . . . . .	39
4.1.2 Existence disjunktivního a konjunktivního normálního tvaru . . . . .	41
4.1.3 Vztah úplného DNT, úplného KNT a pravdivostní tabulky . . . . .	42
4.1.4 Logická ekvivalence, logický důsledek a úplné normální tvary . . . . .	44
4.2 Sémantické stromy . . . . .	45
4.2.1 Konstrukce sémantických stromů . . . . .	45
4.2.2 Úplnost sémantických stromů . . . . .	48
4.3 Rezoluční metoda . . . . .	51

4.4	Cvičení . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Axiomatický systém výrokové logiky</b>	<b>61</b>
5.1	Axiomatický systém . . . . .	61
5.2	Korektnost . . . . .	63
5.3	Věta o dedukci . . . . .	64
5.4	Dokazatelné formule . . . . .	65
5.5	Úplnost . . . . .	68
5.6	Bezespornost . . . . .	70
5.7	Kompaktnost . . . . .	71
5.8	Cvičení . . . . .	71
<b>6</b>	<b>Booleova algebra</b>	<b>73</b>
6.1	Vlastnosti Booleovy algebry . . . . .	73
6.2	Uspořádání Booleovy algebry . . . . .	75
6.3	Příklady Booleových algeber . . . . .	77
6.4	Isomorfismus Booleových algeber . . . . .	81
6.5	Booleovské funkce . . . . .	83
6.6	Cvičení . . . . .	84
<b>7</b>	<b>Karnaughovy mapy</b>	<b>87</b>
7.1	Konstrukce . . . . .	87
7.2	Karnaughovy množiny . . . . .	90
7.3	Minimální DNT a KNT . . . . .	92
7.4	Cvičení . . . . .	93
<b>8</b>	<b>Sémantika predikátové logiky</b>	<b>95</b>
8.1	Od přirozeného jazyka k predikátové logice . . . . .	95
8.1.1	Nové pojmy . . . . .	95
8.1.2	Jeden unární predikát . . . . .	96
8.1.3	Dva unární predikáty . . . . .	96
8.1.4	Vícečetné predikáty . . . . .	96
8.1.5	Dvojí zápor . . . . .	96
8.1.6	Negace kvantifikátorů . . . . .	97
8.1.7	Aristotelův čtverec . . . . .	97
8.1.8	Právě jeden, nejvýše jeden, nejméně jeden. . . . .	98
8.1.9	Příklady . . . . .	99
8.2	Formální definice . . . . .	99
8.2.1	Jazyk predikátové logiky . . . . .	99
8.2.2	Term, formule . . . . .	100
8.2.3	Otevřené a uzavřené formule . . . . .	101
8.2.4	Substituce termu . . . . .	102
8.3	Cvičení . . . . .	103
<b>9</b>	<b>Pravdivost v predikátové logice</b>	<b>109</b>
9.1	Interpretace . . . . .	109
9.2	Pravdivost v interpretaci při ohodnocení . . . . .	111
9.3	Platnost v interpretaci . . . . .	112
9.4	Logická platnost . . . . .	113
9.5	Splnitelné formule a kontradikce . . . . .	114
9.6	Logicky ekvivalentní formule a logický důsledek . . . . .	116

9.7	Teorie a její logický důsledek . . . . .	117
9.8	Cvičení . . . . .	119
<b>10</b>	<b>Metody a důkazy v predikátové logice</b>	<b>121</b>
10.1	Sémantické stromy . . . . .	121
10.1.1	Konstrukce sémantických stromů . . . . .	121
10.1.2	Příklady . . . . .	122
10.1.3	Úplnost sémantických stromů . . . . .	127
10.1.4	Příklady z přirozeného jazyka . . . . .	128
10.2	Logické ekvivalence . . . . .	130
10.3	Prenexní normální tvar . . . . .	133
10.4	Skolemův normální tvar . . . . .	137
10.5	Rezoluční metoda . . . . .	138
10.5.1	Klausulární tvar . . . . .	138
10.5.2	Základní rezoluční metoda . . . . .	140
10.5.3	Obecná rezoluční metoda . . . . .	141
10.5.4	Příklady . . . . .	143
10.6	Cvičení . . . . .	145
<b>11</b>	<b>Teorie a její modely</b>	<b>149</b>
11.1	Booleova algebra . . . . .	149
11.2	Ekvivalence . . . . .	150
11.3	Rovnost . . . . .	151
11.4	Částečné uspořádání . . . . .	152
11.4.1	Částečné uspořádání – neostré . . . . .	153
11.5	Úplná teorie a elementární ekvivalence . . . . .	154
11.6	Lineární uspořádání . . . . .	155
11.7	Husté lineární uspořádání . . . . .	155
11.8	Husté lineární uspořádání neomezené . . . . .	156
11.9	Teorie grup . . . . .	157
11.10	Peanova aritmetika . . . . .	159
11.11	Cvičení . . . . .	161
<b>12</b>	<b>Axiomatický systém predikátové logiky</b>	<b>165</b>
12.1	Axiomatický systém . . . . .	165
12.2	Bezespornost . . . . .	168
12.3	Úplnost . . . . .	168
12.4	Kompaktnost . . . . .	169
	<b>Literatura</b>	<b>170</b>
	<b>Rejstřík</b>	<b>173</b>