

# OBSAH

Seznam použitých symbolů . . . . .	9
<b>1. Úvod . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>2. Chaos v hamiltonovských systémech . . . . .</b>	<b>17</b>
2.1. Úvod . . . . .	17
2.2. Hamiltonova funkce, kanonické rovnice a kanonické transformace . . . . .	19
2.2.1. Hamiltonova–Jacobiho rovnice . . . . .	20
2.2.2. Hamiltonián časově nezávislý a časově závislý . . . . .	21
2.2.3. Fázový tok . . . . .	21
2.2.4. Souřadnice akce–úhel . . . . .	22
2.2.5. Integrabilní systémy . . . . .	23
2.3. Ergodické systémy a systémy s mísením . . . . .	24
2.3.1. Ergodické systémy . . . . .	24
2.3.2. Systémy s mísením . . . . .	26
2.4. Slabě neintegrabilní hamiltonovské systémy, teorie KAM a existence vnitřní stochastičnosti (deterministického chaosu) . . . . .	39
2.5. Poincarého základní problém dynamiky; průběh fázové trajektorie slabě neintegrabilního hamiltoniánu poblíž separatrixy, vznik ergodické vrstvy . . . . .	48
2.6. Globální stochastičnost; numerické experimenty a aplikace deterministického chaosu ve fyzice vysokoteplotního plazmatu . . . . .	60
2.6.1. Hénonův–Heilesův hamiltonián . . . . .	61
2.6.2. Aplikace deterministického chaosu ve fyzice vysokoteplotního plazmatu . . . . .	64
2.6.2.1. Vnitřní stochastičnost interakce elektromagnetické vlny, šířící se plazmatem v homogenním magnetickém poli, s částicemi plazmatu . . . . .	65
2.6.2.2. Interakce vysokofrekvenčního pole s částicemi zachycenými v magnetické nádobě zrcadlového typu; stochastický ohřev . . . . .	71
2.6.2.3. Interakce vysokofrekvenčního pole s toroidálně zachycenými částicemi v tokamaku . . . . .	78
2.6.2.3.1. Vnitřně stochastická interakce alfvénovské vlny s toroidálně zachycenými částicemi . . . . .	83
2.6.2.3.2. Vnitřně stochastická interakce dolně hybridní vlny s toroidálně zachycenými částicemi alfa . . . . .	92
2.6.2.4. Stochastizace dolně hybridní vlny v tokamaku . . . . .	97
2.7. Závěr . . . . .	110
2.8. Dodatky ke kapitole 2 . . . . .	112
2.8.1. Některé aplikace deterministického chaosu v astronomii . . . . .	112
2.8.2. Gödelův teorém a důkaz náhodnosti systému . . . . .	117

2.8.3. Poznámky ke stochastičnosti kvantových systémů . . . . .	118
2.8.4. Několik poznámek ke kulečnickovému problému . . . . .	131
2.8.5. Hierarchie chaosu . . . . .	133
<b>Literatura . . . . .</b>	<b>135</b>
<b>3. Vybrané partie z teorie dynamických systémů . . . . .</b>	<b>139</b>
3.1. Základní pojmy. Dynamické systémy se spojitým a diskrétním časem . . . . .	139
3.2. Ljapunovovy exponenty . . . . .	144
3.3. Poincarého zobrazení . . . . .	145
3.4. Smaleho podkova . . . . .	147
3.5. Hyperbolické dynamické systémy . . . . .	149
3.6. Symbolická dynamika . . . . .	154
<b>Literatura . . . . .</b>	<b>156</b>
<b>4. Chaos disipativních systémů . . . . .</b>	<b>157</b>
4. Úvod . . . . .	157
4.2. Homoklinické struktury. Chaotické atraktory . . . . .	162
4.3. Invariantní pravděpodobnostní míry . . . . .	167
4.4. Dimenze chaotických atraktorů . . . . .	172
4.5. Entropie dynamických systémů . . . . .	174
4.6. Hydrodynamická nestabilita a turbulence . . . . .	177
4.6.1. Formulace úlohy o hydrodynamické stabilitě . . . . .	177
4.6.2. Redukce na konečnědimenzionální dynamický systém . . . . .	180
4.6.3. Konstrukce invariantních variet v úloze o hydrodynamické nestabilitě . . . . .	183
4.6.4. Aproximace rovnic hydrodynamiky. Galerkinova metoda . . . . .	185
4.6.5. Systémy hydrodynamického typu . . . . .	187
4.6.6. Strukturální stabilita a bifurkace . . . . .	192
4.6.6.1. Bifurkace k novému rovnovážnému stavu . . . . .	197
4.6.6.2. Bifurkace k periodické trajektorii . . . . .	199
4.6.6.3. Bifurkace od periodické trajektorie. Generace invariantních anuloidů (torů) . . . . .	200
4.6.6.4. Subharmonické bifurkace . . . . .	203
4.6.6.5. Feigenbaumův jev . . . . .	204
4.6.7. Generace turbulence . . . . .	209
4.6.7.1. Landauův-Hopfův model . . . . .	217
4.6.7.2. Newhousovo-Ruelleho-Takensého model . . . . .	220
4.6.7.3. Feigenbaumův model . . . . .	221
4.6.7.4. Pomeauho-Mannevilleho model . . . . .	225
4.6.8. Vliv šumu na limitní hustotu pravděpodobnosti a na scénáře turbulence . . . . .	230
4.6.9. Matematické modely turbulence a experiment . . . . .	235
4.6.10. Lorenzův model . . . . .	240
4.6.10.1. Jednoduchá stacionární a periodická řešení . . . . .	245
4.6.10.2. Složité limitní cykly . . . . .	250
4.6.10.3. Smaleho podkova v Lorenzově modelu . . . . .	254
4.6.10.4. Chaotický atraktor v Lorenzově modelu . . . . .	257
4.6.10.5. Topologický model Lorenzova atraktoru . . . . .	265
4.6.11. Turbulence v matematických modelech geofyzikální hydrodynamiky . . . . .	276
4.6.11.1. Úvod . . . . .	276
4.6.11.2. Jednoduchý kvazigeostrofický model geofyzikálního proudění . . . . .	277
4.6.11.3. Bifurkační analýza modelu. Generace turbulence . . . . .	281

4.6.11.4. Porovnání modelu s Lorenzovým systémem . . . . .	293
4.6.11.5. Analýza výkonových spekter modelu geofyzikální hydrodynamiky. Existence chaotického atraktoru . . . . .	294
4.6.11.6. Jednoduchý model konvektivních pohybů, jeho bifurkační analýza a aplikace v geofyzikální hydrodynamice . . . . .	300
4.6.11.6.1. Úvod . . . . .	300
4.6.11.6.2. O hydrodynamické interpretaci pohybových rovnic těžkého setrvačnicku . . . . .	301
4.6.11.6.3. Model konvekce s přihlédnutím ke tření a výměně tepla v tekutině . . . . .	304
4.6.11.6.4. Model Rayleighovy konvekce a jeho vztah k Lorenzovu modelu . . . . .	305
4.6.11.6.4.1. Rovnovážné stavy. Výsledky lineární teorie . . . . .	306
4.6.11.6.4.2. Režim „měkké“ perturbace. Samobuzené oscilace . . . . .	309
4.6.11.6.4.3. Režim „tvrdé“ perturbace. Samobuzené oscilace . . . . .	312
4.6.11.6.4.4. Stochastický režim . . . . .	317
4.6.11.6.5. Model tepelné konvekce v poli Coriolisových sil . . . . .	319
4.6.11.6.6. Odezva modelu interakce baroklinních vln a zonálního toku na periodický průběh toku tepla . . . . .	322
4.6.11.6.6.1. Přeskoky mezi kvazistacionárními režimy systémů hydrodynamického typu . . . . .	322
4.6.11.6.6.2. Možný mechanismus „dělení frekvence“ v systémech geofyzikální hydrodynamiky . . . . .	325
4.6.11.6.6.3. Fáze sledu atraktorů modelu interakce baroklinních vln a zonálního toku s periodickým (sezonním) průběhem toku tepla . . . . .	327
4.6.11.6.6.4. Superpozice tripletů a kaskádní proces přenosu energie v turbulentním toku . . . . .	334
<b>Literatura</b> . . . . .	343
<b>5. Dodatky</b> . . . . .	345
<b>5.1. Počítání dimenze atraktorů z časových řad</b> . . . . .	345
<b>5.2. Zvláštnosti „klimatického atraktoru“</b> . . . . .	351
<b>5.3. Pohyb dynamického systému v okolí separatrixy</b> . . . . .	358
5.3.1. Úvod. Homoklinické body . . . . .	358
5.3.2. Pohyb v okolí homoklinických bodů a „pekařská transformace“ . . . . .	362
5.3.3. Melnikovovo kritérium protínání separatrixy . . . . .	365
5.3.3.1. Aplikace Melnikovova kritéria . . . . .	368
5.3.3.1.1. Dvojdímenzionální disipativní zobrazení . . . . .	368
5.3.3.1.2. Proudění dokonalé tekutiny a turbulence . . . . .	369
5.3.4. Dynamika disipativních zobrazení v okolí přechodu od regulárního pohybu k chaotickému . . . . .	374
5.3.5. Slabě kontrahující dynamické systémy a atraktory galerkinovských aproximací Navierovy–Stokesovy rovnice . . . . .	378
<b>5.4. Příklady aplikace teorie deterministického chaosu v nehydrodynamických systémech</b> . . . . .	380
5.4.1. Generátor van der Polova typu . . . . .	380
5.4.2. Model magnetického pole Země. Rikitakovo dynamo . . . . .	384
5.4.3. Nelineární parametricky perturbovaný oscilátor a rotátor . . . . .	395
5.4.3.1. Úvod. Metoda „pomocných zobrazení“ a úloha o zobrazení mezikruží do sebe . . . . .	395
5.4.3.2. Fázové portréty oscilátoru a rotátoru . . . . .	399
<b>5.5. Generace stochastičnosti v jednoduchém kvazigeostrofickém orografickém modelu interakce baroklinních vln a zonálního toku. Atmosféra jako soubor nelineárních oscilátorů</b> . . . . .	412
<b>5.6. Aplikace algebraických metod v teorii turbulentní difuze</b> . . . . .	423

5.6.1. Okruhy a algebry pozorovatelných. Minimální Lieova–Jordanova algebra pozorovatelných . . . . .	423
5.6.2. Nekanonický přechod mezi dvěma hamiltoniány . . . . .	425
5.6.3. Minimální algebra pozorovatelných a kinetický model turbulentního přenosu . . . . .	426
<b>Literatura</b> . . . . .	430
<b>6. Závěrečné poznámky</b> . . . . .	432
<b>Literatura</b> . . . . .	439
<b>Rejstřík</b> . . . . .	440