

# Obsah

Tři knihy	15
<b>I KNIHA PRVNÍ:</b>	
<b>Teoretická mechanika v klasické formulaci</b>	<b>19</b>
Předmluva a poděkování	21
<b>Část I. MECHANIKA HMOTNÝCH BODŮ</b>	<b>25</b>
<b>1 Newtonovská mechanika</b>	<b>27</b>
1.1 Hlavní pojmy, předpoklady a omezení klasické mechaniky . . . . .	27
1.2 Newtonovy pohybové zákony . . . . .	28
1.3 Od Newtona k analytické mechanice . . . . .	30
<b>2 Newtonovy rovnice s vazbami</b>	<b>32</b>
2.1 Vazby a jejich klasifikace . . . . .	32
2.2 Lagrangeovy rovnice I. druhu . . . . .	35
2.2.1 Více hmotných bodů a více vazeb . . . . .	39
2.3 D'Alembertův princip mechaniky . . . . .	41
2.4 Princip virtuální práce . . . . .	44
<b>3 Lagrangeův formalismus</b>	<b>46</b>
3.1 Popis systému . . . . .	46
3.1.1 Zavedení zobecněných souřadnic . . . . .	47
3.1.2 Konfigurační prostor a zobecněné rychlosti . . . . .	48
3.2 Odvození Lagrangeových rovnic II. druhu . . . . .	49
3.2.1 Nejjednodušší situace . . . . .	49
3.2.2 Nejobecnější situace . . . . .	51
3.2.3 Potenciál a Lagrangeova funkce . . . . .	53
3.2.4 Zobecněný potenciál . . . . .	54
3.2.5 Příklad: částice v centrálním poli . . . . .	55
3.3 Řešení pohybových rovnic a integrály pohybu . . . . .	58

3.4	Pohyb v poli centrální síly . . . . .	62
3.4.1	Pohyb planet aneb Keplerova úloha . . . . .	63
3.4.2	Historická vsuvka z rudolfínské Prahy . . . . .	66
3.4.3	Metoda efektivního potenciálu . . . . .	67
3.4.4	Rozptyl nabitých částic . . . . .	68
3.5	Problém dvou těles . . . . .	71
3.6	Problém tří těles . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Hamiltonův variační princip</b>	<b>74</b>
4.1	Základy variačního počtu . . . . .	74
4.1.1	Historické úlohy . . . . .	74
4.1.2	Matematický aparát . . . . .	76
4.1.3	Řešení historických úloh . . . . .	79
4.2	Formulace Hamiltonova variačního principu . . . . .	81
4.2.1	Hamiltonův variační princip v teorii pole . . . . .	84
4.3	Teorém Emmy Noetherové . . . . .	87
4.4	Kalibrační transformace a kalibrační pole . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Hamiltonův formalismus</b>	<b>96</b>
5.1	Základní pojmy Hamiltonova formalismu . . . . .	96
5.1.1	Kanonická hybnost . . . . .	96
5.1.2	Fázový prostor . . . . .	97
5.1.3	Hamiltonova funkce . . . . .	99
5.2	Hamiltonovy kanonické rovnice . . . . .	101
5.3	Shrnutí a hlubší geometrický náhled . . . . .	103
5.4	Klasické příklady . . . . .	104
5.5	Poissonovy závorky . . . . .	106
5.5.1	Definice a algebraické vlastnosti . . . . .	106
5.5.2	Fundamentální Poissonovy závorky . . . . .	108
5.5.3	Poissonovy závorky a integrály pohybu . . . . .	109
5.6	Užití Hamiltonova formalismu ve fyzice . . . . .	111
5.7	Kanonické transformace . . . . .	115
5.7.1	Podmínky kanoničnosti transformace . . . . .	116
5.7.2	Jak prakticky zjistit, zda transformace je kanonická . . . . .	120
5.7.3	Důležité vlastnosti kanonických transformací . . . . .	121
5.8	Hamiltonova–Jacobiho teorie . . . . .	125
5.8.1	Shrnutí postupu, metody řešení a příklad . . . . .	126
5.8.2	Další teoretické aspekty Hamiltonovy–Jacobiho teorie . . . . .	129
<b>Část II. MECHANIKA TUHÉHO TĚLESA</b>		<b>135</b>
<b>6</b>	<b>Kinematika tuhého tělesa</b>	<b>137</b>
6.1	Vektory a tenzory . . . . .	137
6.2	Relativita otáčivého pohybu . . . . .	140
6.3	Zavedení úhlové rychlosti . . . . .	141

6.3.1	Skládání úhlových rychlostí . . . . .	143
6.4	Eulerovy úhly a Eulerovy kinematické rovnice . . . . .	144
6.5	Zrychlení v neinerciální soustavě . . . . .	145
<b>7</b>	<b>Dynamika tuhého tělesa</b>	<b>147</b>
7.1	Tenzor setrvačnosti . . . . .	147
7.2	Eulerovy dynamické rovnice . . . . .	151
7.3	Odvození pomocí Lagrangeova formalismu . . . . .	152
<b>8</b>	<b>Aplikace: setrvačníky</b>	<b>155</b>
8.1	Volný setrvačnick (bezsilový) . . . . .	155
8.2	Setrvačnick se třením . . . . .	157
8.3	Těžký symetrický setrvačnick s pevným bodem . . . . .	159
<b>Část III. MECHANIKA KONTINUA</b>		<b>163</b>
<b>9</b>	<b>Rovnice struny a její řešení</b>	<b>165</b>
9.1	Odvození rovnice pro příčné kmity struny . . . . .	165
9.2	Lagrangeova funkce struny . . . . .	166
9.3	Podélné kmity struny . . . . .	168
9.4	Řešení rovnice struny . . . . .	169
9.4.1	Metoda d'Alembertova . . . . .	169
9.4.2	Metoda Bernoulliho–Fourierova . . . . .	170
9.4.3	Příklad na Fourierovy řady . . . . .	172
9.5	Další okrajové podmínky: volný konec, tření . . . . .	173
9.5.1	Struna s volnými konci . . . . .	174
9.5.2	Odrazy na koncích struny v d'Alembertově metodě . . . . .	175
<b>10</b>	<b>Mechanika kontinua</b>	<b>177</b>
10.1	Lagrangeův a Eulerův popis . . . . .	177
10.1.1	Deformační tenzory . . . . .	180
10.1.2	Tekoucí materiálový objem . . . . .	182
10.2	Síly objemové a plošné popsáné Cauchyho tenzorem napětí . . . . .	184
10.2.1	Podmínky rovnováhy kontinua . . . . .	186
10.2.2	Formální ekvivalence objemových a plošných sil . . . . .	187
10.3	Základní rovnice pro pohyb kontinua . . . . .	188
10.3.1	Rovnice kontinuity . . . . .	188
10.3.2	Pohybová rovnice . . . . .	189
10.3.3	Symetrie tenzoru napětí . . . . .	189
10.3.4	Rovnice pro vnitřní energii . . . . .	190
10.3.5	Rovnice pro entropii . . . . .	190
10.4	Popis materiálů v teorii kontinua . . . . .	190
10.4.1	Tekutiny . . . . .	191
10.4.2	Pevné látky . . . . .	192
10.5	Dokonalá tekutina . . . . .	193
10.5.1	Vlny v dokonalé tekutině . . . . .	194

10.5.2	Nevířivé proudění a Bernoulliho rovnice . . . . .	194
10.6	Proudění vazké tekutiny, Navierova–Stokesova rovnice . . . . .	196
10.6.1	Geometricky podobná proudění a turbulence . . . . .	196

## II KNIHA DRUHÁ:

### **Teoretická mechanika v jazyce diferenciální geometrie 201**

#### **Předmluva a poděkování 203**

#### **1 Základy diferenciální geometrie 205**

1.1	Variety a základní objekty na nich . . . . .	205
1.1.1	Pojem variety $\mathcal{M}$ . . . . .	205
1.1.2	Funkce na varietě . . . . .	209
1.1.3	Křivky na varietě . . . . .	210
1.1.4	Vektory na varietě . . . . .	211
1.1.5	Formy na varietě . . . . .	213
1.2	Tečný bandl $T\mathcal{M}$ a kotečný bandl $T^*\mathcal{M}$ . . . . .	217
1.2.1	Fibrováný prostor . . . . .	218
1.3	Vektorové pole $\mathbf{X}$ a jeho integrální křivky $\gamma(t)$ . . . . .	220
1.4	Tok $\Phi_t$ generovaný vektorovým polem . . . . .	222
1.4.1	Zobrazení <i>push-forward</i> a <i>pull-back</i> . . . . .	222
1.4.2	Zobrazení <i>pull-back</i> pro obecné tenzorové pole . . . . .	224
1.4.3	Lieův přenos funkce, vektoru a formy . . . . .	226
1.5	Lieova derivace $\mathcal{L}_x$ . . . . .	227
1.6	Lieova závorka $[\mathbf{X}, \mathbf{Y}]$ . . . . .	230
1.7	Diferenciální 2-formy a jejich vztah k 1-formám . . . . .	233
1.8	Diferenciální $p$ -formy . . . . .	239

#### **2 Geometrická formulace Lagrangeovy mechaniky 242**

2.1	Fázový portrét a dynamické vektorové pole . . . . .	242
2.2	Fundamentální geometrické objekty Lagrangeova formalismu . . . . .	246
2.3	Dynamická vektorová pole na $TQ$ . . . . .	247
2.4	Geometrická podoba Lagrangeových rovnic . . . . .	248
2.5	Teorém Emmy Noetherové . . . . .	251

#### **3 Geometrická formulace Hamiltonovy mechaniky 255**

3.1	Legendreova duální transformace . . . . .	255
3.2	Jednotné souřadnice na $T^*Q$ a symplektická matice . . . . .	259
3.3	Geometrická podoba Hamiltonových rovnic . . . . .	261
3.4	Fázový prostor coby symplektická varieta . . . . .	263
3.5	Poissonovy závorky geometricky . . . . .	265
3.6	Hamiltonova verze teorému Emmy Noetherové . . . . .	266
3.7	Kanonické transformace geometricky . . . . .	267
3.8	Invariance symplektické formy . . . . .	269

3.9	Liouvilleova věta . . . . .	269
3.10	Poincarého invarianty . . . . .	273
<b>A</b>	<b>Lagrangeovská vektorová pole</b>	<b>275</b>
A.1	Dynamická vektorová pole na $TQ$ . . . . .	275
A.2	Geometrická formulace polí druhého řádu . . . . .	277
<b>B</b>	<b>Další vlastnosti tečného bandlu <math>TQ</math></b>	<b>278</b>
B.1	Symplektická struktura na $TQ$ . . . . .	278
B.2	Hamiltonovská dynamika na $TQ$ . . . . .	280
<b>C</b>	<b>Časově závislé hamiltoniány</b>	<b>284</b>
C.1	Geometrické objekty na rozšířeném fázovém prostoru . . . . .	285
C.2	Pohybové rovnice a vztah k časově nezávislé mechanice . . . . .	286
C.3	Časově závislé kanonické transformace . . . . .	291
C.4	Hamiltonova–Jacobiho teorie geometricky . . . . .	294
	<b>Shrnutí hlavních pojmů a notace</b>	<b>296</b>
	<b>Anglický slovníček</b>	<b>299</b>
 <b>III KNIHA TŘETÍ:</b>		
	<b>Teoretická mechanika v příkladech</b>	<b>303</b>
	<b>Předmluva a poděkování</b>	<b>305</b>
<b>1</b>	<b>Newtonovská mechanika</b>	<b>307</b>
1.1	Částice odpuzovaná silou . . . . .	309
1.2	Projektíl vystřelený ze Země . . . . .	311
1.3	Brzdící loď . . . . .	314
1.4	Harmonický oscilátor . . . . .	315
1.5	Matematické kyvadlo . . . . .	316
1.6	Malé kmity v obecném potenciálu . . . . .	318
1.7	Pád tunelem napříč Zemí . . . . .	319
1.8	Rozmotávání lanka . . . . .	320
1.9	Buquoyova úloha z roku 1814 . . . . .	322
1.10	Poyntingův–Robertsonův efekt . . . . .	325
<b>2</b>	<b>Newtonovy rovnice s vazbami</b>	<b>327</b>
2.1	Bod v parabolickém korýtku . . . . .	330
2.2	Napětí v závěsu matematického kyvadla . . . . .	331
2.3	Bod na zrychlující nakloněné tyčce . . . . .	332
2.4	Bod v průsečíku koule s rovinou . . . . .	333
2.5	Pohyb po pohybujícím se klínu . . . . .	334
2.6	Bod v průsečíku dvou rovin . . . . .	336

2.7	Kutálení mince . . . . .	337
2.8	d'Alembertův princip . . . . .	338
2.9	Rovnováha tyče se závažím . . . . .	339
2.10	Rovnováha tyče v parabolickém korýtku . . . . .	340
<b>3</b>	<b>Lagrangeův formalismus</b>	<b>343</b>
3.1	Kmity pružiny . . . . .	348
3.2	Kyvadlo s protizávažím . . . . .	349
3.3	Cykloidální kyvadlo . . . . .	350
3.4	Eliptické kyvadlo . . . . .	352
3.5	Dvojkyvadlo . . . . .	355
3.6	Ampérova úloha . . . . .	357
3.7	Kyvadlo s proměnnou délkou . . . . .	359
3.8	Pohyb závaží spojeného s bodem obíhajícím po desce . . . . .	360
3.9	Binetův vzorec: dipólová porucha . . . . .	362
3.10	Newtonovský potenciál s kvadrupólovou poruchou . . . . .	364
3.11	Stáčení perihelia v obecném sférickém poli . . . . .	365
3.12	Rychlosti planety obíhající po elipse . . . . .	367
3.13	Zobecněný potenciál elektromagnetického pole . . . . .	368
3.14	Zobecněná energie částice v elektromagnetickém poli . . . . .	370
<b>4</b>	<b>Hamiltonův formalismus</b>	<b>371</b>
4.1	Hamiltonova funkce částice v elektromagnetickém poli . . . . .	377
4.2	Částice v homogenním elektrickém poli . . . . .	378
4.3	Částice v homogenním magnetickém poli . . . . .	379
4.4	Harmonický oscilátor . . . . .	380
4.5	Hamiltonova funkce ve sférických souřadnicích . . . . .	381
4.6	Hamiltonova funkce s logaritmem . . . . .	382
4.7	Poissonova závorka . . . . .	383
4.8	Fundamentální Poissonovy závorky . . . . .	383
4.9	Poissonovy závorky složek momentu hybnosti . . . . .	385
4.10	Poissonova závorka velikosti momentu hybnosti . . . . .	387
4.11	Integrály pohybu . . . . .	387
4.12	Kanonické transformace . . . . .	388
4.13	Řešení harmonického oscilátoru . . . . .	389
4.14	Generující funkce kanonické transformace . . . . .	390
4.15	Poissonovy závorky a kanonické transformace . . . . .	392
4.16	Hamiltonova–Jacobiho teorie: harmonický oscilátor . . . . .	393
4.17	Hamiltonova–Jacobiho teorie: šikmý vrh . . . . .	395
4.18	Hamiltonova–Jacobiho teorie: pohyb v centrálním poli . . . . .	396
<b>5</b>	<b>Mechanika tuhého tělesa</b>	<b>399</b>
5.1	Rozklad na translaci a rotaci . . . . .	403
5.2	Tenzor setrvačnosti tyčky . . . . .	404
5.3	Tenzor setrvačnosti kvádru . . . . .	405

5.4	Tenzor setrvačnosti elipsoidu . . . . .	407
5.5	Moment setrvačnosti kvádrů vůči tělesové úhlopříčce . . . . .	409
5.6	Kmity Machova skloněného kyvadla . . . . .	410
5.7	Pohyb kuličky po nakloněné rovině . . . . .	411
5.8	Langerova úloha: tyč padající na podlahu . . . . .	412

<b>Poděkování</b>	<b>417</b>
-------------------	------------

<b>Literatura</b>	<b>419</b>
-------------------	------------

<b>Rejstřík</b>	<b>423</b>
-----------------	------------

Knihy jsou díly, které drží v ruce, představují učebny a soubory propojených učebních úloh, které tvoří součást mechaniky. Vznikaly postupně během několika desetiletí jako učební texty pro poloviny kurzu *Teoretická mechanika a Programová mechanika*, které od roku 1995 respektive 2004 přednáší na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy.

Vycházely v několika etapách: první tři knihy (1. až 3. díl) byly určeny pro učební texty v rámci kurzu, které odpovídá obsahu *KNIHY PRVNÍ*, ve druhé a třetí knize pokračovaly v obsahu učebních textů a cvičení, případně kanonických hybností, a obsahovala výsledky teoretických výpočtů. Tyto tři knihy byly dobře přijaty historicky, didakticky i pedagogicky. Od počátku 20. století však byly potřeba a účinnější učebny, postupně reformulované do stále srozumitelnější a elegantnější jazyka diferenciální geometrie. Čtenářům to umožnilo a dalo větší vidět k hlubšímu pochopení podstaty fyzikálních zákonů, zejména jejich symplektické struktury. Tyto změny byly výrazně podporovány a podpořeny zejména v rámci literatury druhé knihy, a právě to je obsahem *KNIHY DRUHÉ*. Tato kniha byla jako studijní podklad volně dostupná i mimo rámec kurzu. Třetí kniha tvoří hlavní část *průběhu*, které by v průběhu kurzu měly být aplikovány na cvičení. Četlivě zvolené příklady v *KNIHĚ TŘETÍ* navíc mají charakter výpočtů, ilustrují obecné teoretické výsledky a výsledky. Tyto příklady představují výpočty vztahů vyvozených v každé kapitole. Předkládaný koncept tedy umožňuje přehledně a stručně představit a řešit s úspěchem předmět.

V knihách jsou rovněž jako přílohy přiloženy návratnosti na části, které tvoří součást učebny, zejména fyzikální teorie, teorie relativity, teorie pole a statistická fyzika. Mnoho z nich bylo také přeloženo do češtiny a zpracováno v češtině. Bohužel některé z nich, zejména ty, které jsou v současnosti v angličtině, jsou již přeloženy do češtiny a vydány.