

# Obsah

Seznam použitých symbolů .....	9
Předmluva .....	11
1 Základní informace o oboru.....	13
2 Chaos v hamiltonovských systémech.....	16
2.1 Základní pojmy.....	16
2.2 Hamiltonova funkce, kanonické rovnice a kanonické transformace.....	18
2.2.1 Hamiltonova–Jacobiho rovnice.....	20
2.2.2 Hamiltonián časově nezávislý a časově závislý.....	21
2.2.3 Fázový tok.....	21
2.2.4 Souřadnice akce–úhel.....	22
2.2.5 Integrabilní systémy .....	23
2.3 Ergodické systémy a systémy s mísením .....	23
2.3.1 Ergodické systémy.....	24
2.3.2 Systémy s mísením.....	26
2.4 Pekařská a Arnoldova transformace jako příklady transformací s mísením.....	28
2.5 Ljapunovy exponenty a Kolmogorova entropie.....	30
2.6 Kulečnickový problém .....	34
2.7 Slabě neintegrabilní hamiltonovské systémy, teorie KAM a existence vnitřní stochastičnosti (deterministického chaosu) .....	41
2.8 Poincarého základní problém dynamiky; průběh fázové trajektorie slabě neintegrabilního hamiltoniánu poblíž separatisy, vznik ergodické vrstvy.....	50
2.9 Difuze.....	63
2.10 Globální stochastičnost; numerické experimenty a aplikace deterministického chaosu v astronomii a ve fyzice vysokoteplotního plazmatu.....	70
2.10.1 Diagnostika chaosu .....	70
2.10.2 Aplikace deterministického chaosu v astronomii.....	72
2.10.2.1 Hénonův–Heilesův hamiltonián a problém existence třetího integrálu .....	72
2.10.2.2 Chaos v planetárním systému .....	76
2.10.2.3 Problém existence Kirkwoodových mezer.....	77
2.10.3 Aplikace deterministického chaosu ve fyzice vysokoteplotního plazmatu.....	82
2.10.3.1 Interakce vysokofrekvenčního pole s plazmatem.....	82
2.10.3.2 Stochastizace dolně hybridní vlny v tokamaku.....	116
2.10.3.3 Anomální urychlení elektronů v prostorově lokalizovaném poli dolně hybridní vlny .....	121
2.10.3.4 Anomální $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ difuze iontů v prostorově periodickém stacionárním potenciálu .....	125
2.10.3.5 Stochastičita magnetických siločar .....	129
2.11 Výsledky a možnosti dalšího zkoumání .....	133
2.12 Dodatky ke 2. kapitole.....	134
2.12.1 Hierarchie chaosu .....	134
2.12.2 Vratnost a nevratnost dynamických systémů.....	136
2.12.3 Poincarého rekurentní teorém .....	139
Literatura .....	142

3 Vybrané partie z teorie dynamických systémů.....	146
3.1 Základní pojmy. Dynamické systémy se spojitým a diskrétním časem. Atraktory dynamických systémů.....	146
3.2. Bifurkace v dynamických systémech.....	162
3.2.1 Úvodní informace.....	162
3.2.2 Lokální topologická klasifikace dynamických systémů v okolí kritických bodů.....	162
3.2.3 Lokální topologická klasifikace vektorových polí v okolí kritických bodů.....	166
3.2.4 Parametrické rozvinutí vektorového pole. Generické bifurkace kritických bodů....	170
3.2.5 Generické bifurkace uzavřených orbit.....	178
3.2.6 O generické bifurkaci víceparametrických systémů vektorových polí. Homoklinické a heteroklinické body, homoklinické a heteroklinické trajektorie ...	182
3.2.7 Globální teorie dynamických systémů. Smaleho podkova .....	186
3.2.8 Struktura generických bifurkací deformací vektorového pole. Šilnikovova bifurkace .....	189
3.2.9 O některých bifurkacích dynamických systémů s homoklinickými strukturami.....	191
3.2.10 Homoklinické body a ergodické zóny .....	196
3.2.11 Kvaziatraktory a jejich generace .....	199
3.2.12 Kvaziatraktory a hydrodynamická turbulence .....	202
3.2.13 Atraktory v jednoduchých hyperbolických systémech. Suchá turbulence .....	207
Literatura.....	213
4 Horní odhad Hausdorffovy a fraktální dimenze atraktoru .....	215
Literatura.....	216
5 Atraktory a inerciální variety ve vybraných úlohách geofyzikální hydrodynamiky.....	217
5.1 Atraktory semigrupy generované systémem Navierových–Stokesových rovnic na dvojdimenzionálních varietách.....	217
5.1.1 Navierovy–Stokesovy rovnice na Riemannově varietě .....	217
5.1.2 Odhad dimenze atraktoru .....	223
5.1.3 Navierovy–Stokesovy rovnice na rotující kulové ploše. Odhady Hausdorffovy a fraktální dimenze atraktoru .....	231
5.1.4 Dimenze atraktoru dvojdimenzionálního systému Navierových–Stokesových rovnic s okrajovými podmínkami $(u, l) _{\partial\Omega} = 0, \text{rot } u _{\partial\Omega} = 0$ .....	233
5.2 Atraktor generovaný systémem rovnic barotropní atmosféry. Numerická analýza.....	236
5.2.1 Redukce systému na konečný počet dimenzí. Galerkinova aproximace (metoda), systémy hydrodynamického typu .....	236
5.2.2 Formulace úlohy. Časová integrace galerkinovského systému rovnic barotropní atmosféry na kulové ploše.....	241
5.2.3 Analýza klimatu diskrétního modelu a jeho vazba se stacionárními body .....	245
5.2.4 Metodika odhadu dimenze atraktoru a Ljapunovových exponentů systému rovnic barotropní atmosféry.....	252
5.3. Inerciální varieta generovaná systémem rovnic barotropní atmosféry.....	258
5.3.1 Definice inerciální variety. Inerciální varieta abstraktní rovnice v Hilbertově prostoru.....	258
5.3.2 Inerciální varieta rovnice barotropní atmosféry na rotující kulové ploše .....	261
5.3.2.1 Podmínky existence inerciální variety abstraktní rovnice v Hilbertově prostoru .....	261
5.3.2.2 Formulace úlohy pro rovnici barotropní vorticity.....	263

5.3.2.3	Vlastnosti a odhady jakobiánu .....	265
5.3.2.4	Korektní řešitelnost rovnice barotropní vorticity. Její absorbojící množina a atraktor .....	266
5.3.2.5	Teorém o existenci inerciální variety. Odhad její dimenze .....	269
	Literatura .....	272
6	Chaos v jednoduchých matematických modelech všeobecné cirkulace atmosféry .....	273
6.1	Entropie a lokální Ljapunovy exponenty barotropní atmosférické cirkulace .....	273
6.2	Chaos v matematických modelech atmosféry z hlediska kinematiky tekutin .....	282
6.2.1	Základní informace .....	282
6.2.2	Pohyb částic tekutiny v Lorenzově modelu .....	284
6.2.3	Kinematický (Lagrangeův) chaos v tocích popsaných rovnicí barotropní vorticity v ohraničené proudové oblasti. Numerické experimenty .....	287
6.2.4	Střídavý chaos (intermitence). Pomeauho–Mannevilleho model generace turbulence .....	293
6.2.5	Atmosférická cirkulace velkých měřitek a střídavý chaos .....	297
6.2.5.1	Základní informace .....	297
6.2.5.2	Formulace úlohy .....	298
6.2.5.3	Aplikace Galerkinovy metody. Spektrální rovnice .....	300
6.2.5.4	Intermitence „stacionární stav–chaos“ .....	302
6.2.5.5	Bifurkační mechanismus intermitence .....	305
6.2.5.6	K otázce předpovědi intermitence .....	310
	Literatura .....	313
7	Klima, objekt matematického zkoumání .....	314
7.1	Matematický model klimatu .....	314
7.1.1	Charakteristika problému .....	314
7.1.2	Základní věty a tvrzení .....	315
7.1.3	Invariantní míry. Rieszova a Krylovova věta .....	317
7.1.4	Pravděpodobnostní míra v prostoru počátečních dat klimatického modelu .....	323
7.1.5	Invariantní míra (statistické stacionární řešení) na atraktoru v malých okolích stacionárních stavů .....	325
7.2	O vazbě mezi přirozenými ortogonálními komponentami polí meteorologických prvků a vlastními funkcemi dynamických operátorů .....	330
7.3	Předpověď' změn klimatu .....	334
7.3.1	Centrální problém matematické teorie klimatu .....	334
7.3.2	Posuzování a stabilita předpovědi .....	335
7.3.3	Stabilita atraktorů klimatických modelů .....	336
7.3.4	Citlivost klimatických modelů na malé vnější perturbace .....	337
7.3.5	Výsledky numerických experimentů .....	345
7.3.6	Citlivost matematických modelů všeobecné cirkulace atmosféry na konstantní vnější perturbace .....	348
	Literatura .....	365
8	Nelineární analýza chaotických časových řad .....	366
8.1	Úvodní informace .....	366
8.2	Kvantifikátory chaosu .....	367
8.2.1	Fraktální dimenze .....	368
8.2.2	Entropie .....	372
8.2.3	Ljapunovy exponenty .....	374

8.3	Rekonstrukce trajektorie ve fázovém prostoru .....	377
8.3.1	Metoda časových zpoždění .....	377
8.3.1.1	Výběr vhodného časového zpoždění.....	378
8.3.1.2	Výběr vhodné dimenze vnoření .....	386
8.3.2	Některé další způsoby rekonstrukce .....	395
8.4	Odhady kvantifikátorů chaosu z časových řad.....	403
8.4.1	Korelační dimenze.....	403
8.4.2	Korelační $K_2$ -entropie.....	410
8.4.3	Vlivy na průběh korelačního integrálu .....	411
8.4.4	Největší Ljapunovův exponent.....	417
8.5	Příklady výsledků nelineární analýzy meteorologických časových řad .....	420
8.6	Možné příčiny různorodých odhadů.....	422
	Literatura .....	424
9	Závěr.....	430
	Literatura .....	432
	Rejstřík .....	434